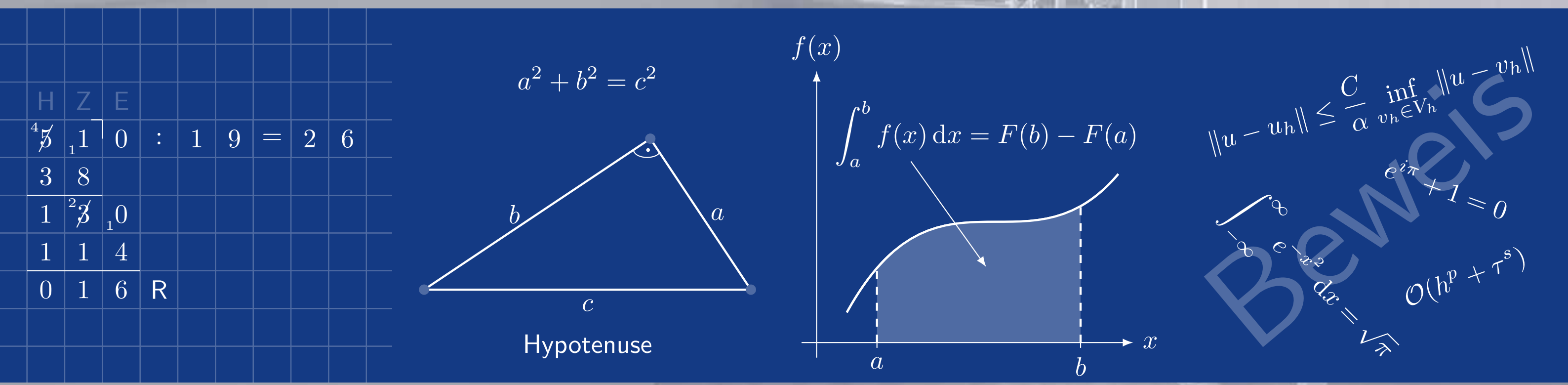
PH Vorarlberg

F&E Edition

Die Forschungszeitschrift der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg

29 | 2023



Spaß an Mathe! Attraktiver Unterricht an der Schule.

F&E Edition
Die Forschungszeitschrift der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg
29 | 2023

Impressum

Medieninhaberin, Verlegerin
Pädagogische Hochschule Vorarlberg
Liechtensteinerstraße 33 – 37
6800 Feldkirch, Austria
0043 (0) 5522 / 31199 - 0
office@ph-vorarlberg.ac.at
www.ph-vorarlberg.ac.at
Herausgeber
Christoph Erath
Pädagogische Hochschule Vorarlberg
Redaktion
Martina Ott
Servicestelle Forschung
Umschlagsbilder
Christoph Erath
Gestaltung
Isabelle Tembl-Böhler, ikreativ grafikdesign
Druck
Vorarlberger Verlagsanstalt GmbH
ISSN 1998-4782

Grundlegende Richtung

Offenlegung gemäß § 25 Mediengesetz: F&E Edition ist eine pädagogische Fachzeitschrift. Im Besonderen werden Berichte und Ergebnisse aus berufsfeldbezogenen Forschungsprojekten an der Pädagogischen Hochschule sowie Gastbeiträge zu pädagogischen Forschungsthemen veröffentlicht.

F&E Edition 29 | 2023

Lehrreiche Spiel- und Filmstunden

Freier Beitrag

Vorwort

Christoph Erath

Diese 29. Ausgabe der F&E Edition der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg widmet sich dem Thema *Spaß an Mathe! Attraktiver Unterricht an der Schule*. Die Begriffe Spaß und Freude werden in diesem Band, ähnlich wie im Diskurs der Literatur, als synonym betrachtet (Brandmayr, 2016).

Studien belegen, dass Motivation und Lernfreude im Laufe einer Schulkarriere gerade im Fach Mathematik dramatisch sinken (BMBWF, 2021). Es stellen sich Langeweile und eine gewisse Hoffnungslosigkeit ein, die das Lernen und somit den Lernerfolg hemmen (Götz & Frenzel, 2010; Pekrun, 2018). Viele Lernende entwickeln eine regelrechte Abneigung, welche durch die gesellschaftliche Wahrnehmung von Mathematik noch befeuert wird. Hartnäckig meint die Allgemeinheit, Mathematik sei schwer und spricht gerne von einem Angstfach. In geselligen Runden wird beim Thema Mathematik damit geprahlt, wie schlecht man in der Schule in diesem Fach war und auch nichts mehr davon weiß (Weygandt, 2021, Kapitel 1). Zusätzlich verbessern scheinbar in Beton verankerte Klischees und Rollenbilder nicht gerade das Image der Mathematik. Eine Person, die mathematisch begabt ist, gilt oft als Genie und als sozial unbeholfener Einzelgänger (Loos & Ziegler, 2016, Abschnitt 3). Im letzten Satz wurde bewusst nicht gegendert, denn Mädchen und Frauen spricht man leider viel zu oft generell die Begabung für Mathematik ab (Heyder et al., 2019; Steinmayr et al., 2019).

All diese Bausteine bekräftigen bei vielen Schüler*innen die negative Einstellung zum Fach Mathematik. Von Spaß bzw. Freude an Mathematik kann da gar keine Rede mehr sein. Die Folgen daraus zeigen sich in eklatanten Wissenslücken. Allerdings sind Mathematikkompetenzen gerade in der ersten beruflichen Ausbildung (Lehrausbildung, berufsbildende Schule oder Hochschulstudium) zwingend erforderlich (Erath et al., 2023; Mallaun et al., 2013; Rüede et al., 2019). Die folgende Aussage eines Lehrlings erklärt sich von selbst: „Hätte ich in der Mittelschule schon gewusst, dass ich das brauche, hätte ich mich mehr angestrengt.“ (Studierende der Angewandten Mathematik, 2023). Insbesondere brauchen die sogenannten MINT Fächer, und da speziell die Mathematik, ein besseres Marketing, sodass die Allgemeinheit eher mit Bedauern auf fehlendes Wissen reagiert. Dabei berührt uns Mathematik mittlerweile jeden Tag, bewusst oder auch unbewusst. Elementare Mathematik wie die Prozentrechnung begegnet uns immer wieder im Alltag. Laufend werden Angebote in Geschäften mit Prozentzahlen beworben. Im technologischen Zeitalter ist die Anwendung von mathematischen Methoden schon lange Standard.

Attraktiver Mathematikunterricht fördert den Aufbau von Kompetenzen durch eine motivierende und freudvolle Lernumgebung. Solides mathematisches Wissen und ein gewisser Enthusiasmus müssen unbedingt an die Schüler*innen weitergegeben werden. Es ist die Kunst guten Unterrichts, die Lernfreude für möglichst viele Schüler*innen lange, am besten während der ganzen Schullaufbahn, aufrecht zu erhalten. Ein modernes Bildungssystem muss darauf Wert legen, dass die Lernspaßfunktion nicht monoton fällt. Die neuen Lehrpläne in der Primar- und Sekundarstufe fokussieren deshalb noch stärker auf die individuelle Kompetenzorientierung (BGBl. II, Nr. 1, 2023c, 2023b, 2023a).

Lassen Sie sich von den folgenden motivierenden Beiträgen inspirieren. Von sehr spannenden Erfahrungen und Konzepten für den Unterricht im Schulalltag bis hin zur Auseinandersetzung mit Grundlagenforschung sollte für alle Leser*innen etwas dabei sein. Vielleicht fühlen Sie sich angesprochen, das ein oder andere einmal selber auszuprobieren. Für die Gesellschaft sollte es ein Ziel sein, dass die Lernspaßkurve eben auch in Mathematik zukünftig für alle Kinder streng monoton steigt.

Fachdidaktische Forschung

Der Artikel von **Martin Andre et al.**, erarbeitet im Zuge des Seminars Analyse fachdidaktischer Forschung, fasst die Ergebnisse von 16 Artikeln aus der aktuellen Forschungsliteratur zusammen. Diese inspirieren zur Weiterentwicklung des eigenen Unterrichts und tragen so zur individuellen Professionalisierung aktiv bei. Ziel aller Artikel ist die Förderung des mathematischen Kompetenzerwerbs vorwiegend in der Sekundarstufe. Dabei können die Ideen teilweise direkt in den Unterricht integriert oder auf Projektbasis angewandt werden. Die kurzen prägnanten Beschreibungen erlauben eine erste Einschätzung, welche Methode für einen individuellen Unterricht für jede einzelne Lehrperson in Frage kommen könnte. Außerdem stellen die Autor*innen auch Umsetzungsideen für den Unterricht vor.

Basierend auf drei Forschungsbereiche beschreiben **Carmen Evermann** und **Anna Dürr** PERMA[lis] Mathemeer, ein Projekt an der PH Vorarlberg. Dieses Lernsystem für die Primarstufe zielt auf mehr Freude am Mathematiklernen und mehr Wohlbefinden im Mathematikunterricht ab. Dies wiederum soll zu mehr Leistung in Mathematik führen. Die Autor*innen erklären die PERMA Faktoren und das Mathematiklernen mit System. Danach demonstrieren sie anhand einer Aktivitätskarte und Arbeitsblättern mit Lösungen, was sie unter einer guten Aufgabe verstehen, die die drei Darstellungsebenen enaktiv-ikonisch-symbolisch vereint. Dies soll dem neuen österreichischen Lehrplan mit kompetenzorientierten Lehrinhalten gerecht werden.

Empirische Forschung

Was hat ein Roboter in einem Klassenzimmer zu suchen? **Simon Plangg** beschreibt in seiner Arbeit eindrucksvoll, wie man programmierbare Roboter im Mathematikunterricht einbauen kann. Dabei darf die Mathematik nicht zum Werkzeug für andere Fächer degradiert werden. Die Unterrichtseinheiten sind so gestaltet, dass Fragestellungen aus der Geometrie interdisziplinär bearbeitet werden müssen. Kernstück des Artikels ist aber eine qualitative Studie, die Rückmeldungen der Teilnehmer*innen über einer Unterrichtsreihe von vier Einheiten enthält. Da von der ersten Einheit in der 6. Schulstufe bis zur vierten Einheit in der 8. Schulstufe immer dieselbe Klasse involviert war, bekommen die Leser*innen einen sehr guten Eindruck der Lernendenperspektive, auch wie sich diese im Laufe der Zeit ändern kann.

Dass der Lernerfolg mit der Unterrichtsbeteiligung und der Reaktion der Lehrenden auf Fehler zusammenhängt, ist aus der Literatur bekannt. Die Fehlerkultur an fünf Vorarlberger Schulen der Sekundarstufe II in MINT Fächern wurde von **Melina Bleiner et al**. im Seminar Bildungslaboratorium untersucht. Sie stellen Ergebnisse einer Gelegenheitsstichprobe von 19 Unterrichtsstunden, davon 12 Mathematikstunden, vor. Die Auswertung der kleinen Stichprobe zeigt eine eher positive Fehlerkultur, was die Autor*innen darauf zurückführen, dass die Schüler*innen in der Studie nicht mehr schulpflichtig waren.

Didaktische Unterrichtskonzepte

Mathematiklehrkräfte müssen beim Einsatz von digitalen Endgeräten im Unterricht, welcher nicht zuletzt durch die Initiative des Bundes zusätzlich forciert wurde, unterstützt und begleitet werden. Dazu stellt **Edith Lindenbauer** das Projekt FLINK für die Sekundarstufe I vor. Die frei verfügbaren digitalen Inhalte basieren auf aktueller Forschungsliteratur und orientieren sich am österreichischen Lehrplan. Die Unterlagen fokussieren auf die Veranschaulichung des Sachverhalts und das konzeptuelle mathematische Verständnis. Durch kognitive Aktivierung der Lernenden wird die Lernfreude gefördert. In weiterer Folge stellt die Autorin mit Hilfe der dynamischen Mathematiksoftware GeoGebra drei digitale Bücher vor. Diese behandeln verschiedene mathematische Themen und stellen die Lernsituationen Entdecken und Üben in den Mittelpunkt.

Sogenannte Fermi-Probleme sollen mathematische Aufgaben lebensnaher gestalten. **Corina Schwarz** verwendet eine Fermi-Box, die solche Problemtypen bereit stellt, schon seit mehreren Jahren in der Mittelschule. Ihr Beitrag beleuchtet zunächst die Entstehungsgeschichte der Box und erklärt den Charakter solcher Aufgaben. Basierend auf ihrer langjährigen eigenen Erfahrung schlägt die Autorin vor, wie die Box auf verschiedene Arten im Mathematikunterricht zum Einsatz kommen kann. Die Fermi-Box sollte man sich genauer anschauen, wenn man den Unterricht abwechslungsreicher, interaktiver und praxisnaher gestalten möchte.

Zwei sogenannte Outdoor STEAM Aufgaben präsentiert **Brigitta Békési**. Solche Aufgaben basieren auf realen Problemen, fördern die Kreativität und können bzw. müssen außerhalb des Klassenzimmers bearbeitet werden. Beim ersten Vorschlag geht es um die Konstruktion eines überdimensionalen Koordinatensystems und dessen Bedeutung. Diese Aufgabe kann leicht zwischendurch eingebaut werden. Beim zweiten Problem konstruieren die Schüler*innen eine geodätische Kuppel, wofür eine Doppelstunde eingeplant werden sollte. Beide Projekte wurden mit Schüler*innen getestet und deren Wirkung von der Autorin analysiert. Für den Schulalltag besonders reizvoll ist, dass beide Projekte mit einfachen Mittel durchgeführt werden können und de facto keine finanziellen Mittel/Ressourcen benötigen.

Lehrreiche Spiel- und Filmstunden

Wer meint, beim Beitrag von **Elena Huber** und **Johannes Grabher** handelt es sich um den Vorschlag einer reinen Spielstunde, der irrt. Auf Basis wissenschaftlicher Arbeiten präsentieren die Autor*innen systematisch zwei mathematische Lernspiele für die Sekundarstufe, die auch mit Schüler*innen in jeweils einer Doppelstunde erprobt wurden. Beim ersten Spiel handelt es sich um ein Krimidinner, das das klassische mathematische Problem der Winkeldreiteilung in einen historischen Kontext einbaut. Ein interessanter Zusammenhang zwischen einer Origami-Faltung und einem Mordfall wird erstellt. Im Mittelpunkt des zweiten Spiels steht der zweite Strahlensatz. Mit Hilfe eines digitalen Lernpfades werden zunächst naturwissenschaftliche Erkenntnisse vermittelt und dann Schritt für Schritt in die mathematischen Problemstellungen eingeführt.

Filmstunden im Fremdsprachenunterricht sind schon lange erprobt und durch Studien analysiert. **András Bátkai** und **Ingrid Gessner** plädieren dafür, dass auch im Mathematikunterricht Filme, Serien oder Videoclips eingesetzt werden. Der Beitrag beleuchtet Klischees in Filmen über Mathematiker*innen. Auch das Rollenbild von Frauen wird kritisch hinterfragt. Interessante Überlappungen von Mathematik, Sprach-, Kultur- und Literaturwissenschaften in den Filmen und Serien vermitteln fächerübergreifende Kompetenzen. Es werden mehrere Filme und Serien rezensiert. Zusätzlich deuten die Autor*innen an, wie man die Filme im Unterricht weiter diskutieren und kritisch hinterfragen kann bzw. muss.

Freier Beitrag

Eine gute Lesekompetenz ist für viele Bereiche der Mathematik entscheidend und unterstützt somit die Freude am mathematischen Arbeiten. Der freie Beitrag von **Marina Märzinger** fokussiert auf das Leselernen im Primarstufenbereich mit Hilfe des fachdidaktischen Konzepts KUL, beim dem das Lernen durch Bewegung im Mittelpunkt steht. Detailliert wird anhand von wissenschaftlichen Erkenntnissen aus dem Bereich der Neurowissenschaften sowie der Sprachwissenschaften erklärt, wovon das Erlernen von Lesefähigkeiten abhängt. Schlussendlich plädiert die Autorin für ein körperbasiertes und multimodales Leselernen mithilfe von Mundbildern.

Wir bedanken uns bei allen Autor*innen für die äußerst interessanten Beiträge und wünschen allen Leser*innen viel Spaß bzw. Freude beim Lesen und Inspiration für neue Projekte.

Literatur

BGBl. II, Nr. 1. (2023a, Jänner). Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schulen. https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2023_II_1/Anlagen_0012_E1BFECE6_7E8B_4ACF_AEFD_3EC871222138.pdfsig

BGBl. II, Nr. 1. (2023b, Jänner). Lehrplan der Mittelschule. https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2023_II_1/Anlagen_0005_602132D5_6AB7_4D68_B4E4_6CF508085BA2.pdfsig

BGBl. II, Nr. 1. (2023c, Jänner). Lehrplan der Volksschule. https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/

BGBLA_2023_II_1/Anlagen_0001_CE7F0AA2_A925_4A4D_8C3C_355D12BD22D1.pdfsig

BMBWF. (2021). Nationaler Bildungsbericht 2021. https://www.iqs.gv.at/themen/bildungsberichterstattung/nationaler-bildungsbericht-2021

Brandmayr, M. (2016). Warum soll Lernen Spaß machen? Zeitschrift für Bildungsforschung, 6(2), 121–134. https://doi.org/10.1007/s35834-016-0155-2

Erath, C., Erhart, L., Feurstein, H., Hainzl, A., Oberdorfer, H., & Seebacher, L. (2023). Mathematik der Lehrlinge. F&E Edition, 28, 35–42. https://www.ph-vorarlberg.ac.at/fileadmin/user_upload/RED_SOZ/PDFs/F_E_28/FE28_05.pdf

Götz, T., & Frenzel, A. C. (2010). Über- und Unterforderungslangeweile im Mathematikunterricht. Empirische Pädagogik, 24(2), 113–134. https://kops.uni-konstanz.de/bitstream/handle/123456789/12355/goetzfrenzel.pdf?sequence=1

Heyder, A., Kessels, U., & Retelsdorf, J. (2019). Geschlechterstereotype in der Schule. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 51(2), 69–70. https://doi.org/10.1026/0049-8637/a000209

Loos, A., & Ziegler, G. M. (2016). „Was ist Mathematik" lernen und lehren. Mathematische Semesterberichte, 63(1), 155–169. https://doi.org/10.1007/s00591-016-0167-y

Mallaun, J., Andre, M., Swoboda, W., & Weber, C. (Hrsg.). (2013). Kompetent in den Beruf?! Erwartungen der Wirtschaft an die naturwissenschaftlich/technische Schulbildung der Sekundarstufe I. StudienVerlag.

Pekrun, R. (2018). Emotion, Lernen und Leistung. In M. Huber & S. Krause (Hrsg.), Bildung und Emotion (S. 215–231). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-18589-3_12

Rüede, C., Weber, C., & Eberle, F. (2019). Welche mathematischen Kompetenzen sind notwendig, um allgemeine Studierfähigkeit zu erreichen? Eine empirische Bestimmung erster Komponenten. Journal für Mathematik-Didaktik, 40(1), 63–93. https://doi.org/10.1007/s13138-018-0137-0

Steinmayr, R., Weidinger, A. F., Heyder, A., & Bergold, S. (2019). Warum schätzen Mädchen ihre mathematischen Kompetenzen geringer ein als Jungen? Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 51(2), 71–83. https://doi.org/10.1026/0049-8637/a000213

Studierende der Angewandten Mathematik (2023). Mathematik der Lehrlinge [Persönliche Kommunikation].

Weygandt, B. (2021). Mathematische Weltbilder weiter denken: Empirische Untersuchung des Mathematikbildes von Lehramtsstudierenden am Übergang Schule–Hochschule sowie dessen Veränderungen durch eine hochschuldidaktische Mathematikvorlesung. Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-34662-1

Fachdidaktische Forschung

Neue Wege zu attraktivem Mathematikunterricht
Ein Bericht aus der Lehramtsausbildung Sekundarstufe im Verbund Lehrer*innenbildung West

Martin Andre, Rene Auer, Katharina Birnbaumer, Lukas Bodner, Judith Flatscher, Dominik Gfall, Simone Glas, Johannes Härting, Lea Holaus, Stefanie Joas, Elisa Kreiner, Marcel Lanzanasto, Leonie Lukasser, Salih Satik, Vivienne Scheiblauer, Lisa Scheurer & Magdalena Steuxner

*Neue technologische Möglichkeiten verändern die moderne Gesellschaft von Grund auf. Diese Entwicklungen bringen vielfältige Chancen aber auch Herausforderungen und Hürden für Schule und Unterricht. Speziell Mathematikunterricht kann durch gezielten Technologieeinsatz stark an Attraktivität gewinnen, zumal sich mit zunehmender Technologisierung Räume für breitgefächerte Inhalte und den Erwerb zusätzlicher Kompetenzen eröffnen. Eine umfassende und rapide Veränderung des Lernens und Lehrens von Mathematik ist aber eine große Herausforderung für Lehrpersonen. Dahingehend kann aktuelle Forschungsliteratur (werdende) Lehrer*innen in ihrer individuellen Professionalisierung unterstützen. Als Ergebnis eines Seminars der Lehramtsausbildung im Verbund West wollen wir in diesem Artikel aufzeigen, wie ausgewählte fachdidaktische Literatur nutzbringend für den Mathematikunterricht aufgearbeitet werden und diesen auf vielfältige Weise bereichern kann. Dazu werden nach einem Vorwort 16 Artikel zu Themen wie 3D-Druck, Flipped Classroom, Robotik oder Augmented Reality vorgestellt und Ideen zur Umsetzung im Unterricht präsentiert.*

Schlagwörter: Technologieeinsatz, Lehrer*innenbildung, fachdidaktische Forschungsliteratur

Vorwort

Mit rapiden technologischen Weiterentwicklungen in unserer Gesellschaft veränderte sich auch das Lernen und Lehren von Mathematik in den vergangenen Jahrzehnten grundlegend. Der Einsatz neuer Technologien brachte vielfältige Möglichkeiten, den mathematischen Kompetenzbegriff zu erweitern. Das Operieren konnte oft durch digitale Anwendungen vereinfacht werden und so entstanden neue Perspektiven für die umfassende und tiefergehende Behandlung von Inhalten abseits von prozeduralem Arbeiten oder dem Trainieren von Rechentechniken. Diese Entwicklung birgt bis heute immense Chancen für eine Attraktivierung des Mathematikunterrichts, in dem neben der Fachlichkeit weitere Aspekte guten Unterrichts wie etwa die inhaltliche und methodische Vielfalt, horizontale und vertikale Vernetzung, Authentizität oder Sinnstiftung (Barzel et al., 2017) ihren Platz finden. Mit der eingeleiteten Neudefinition des Kompetenzbegriffs entstanden aber auch neue Herausforderungen und Hürden. Modellierungstätigkeiten anzuleiten, eigenständige Interpretationen mathematischer Inhalte durch Schüler*innen zu begleiten oder Argumentationen anzuregen und dabei Technologie als integralen Bestandteil des Lernens zu forcieren, erfordert eine hohe Expertise der Lehrkräfte. Seit dem Jahr 2006 hat die Kompetenz von Lehrpersonen, technologisches, fachliches und fachdidaktisches Wissen zu verknüpfen, als TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*) Eingang in Forschung und Fachliteratur gefunden (Mishra & Koehler, 2006). Nach dem TPACK-Modell entsteht im Zusammenspiel dieser drei Wissensfacetten die Expertise der Lehrperson, den Kompetenzerwerb von allen Schüler*innen im Spannungsfeld zwischen Inhalt und Technologieeinsatz bedacht zu fördern. Dahingehend sind auch Studien von Luc Trouche oder Paul Drijvers bahnbrechend, die den technologischen Kompetenzerwerb von Lernenden in Mathematik detailliert untersuchen (z.B. Trouche, 2004; Drijvers et al., 2010). Weinhandl et al. (2023) leisten einen Beitrag zur Differenzierung dieser Theorien, indem sie fünf archetypische Schüler*innen in ihrem Umgang mit Technologie im Mathematikunterricht sowie in ihren Erwartungen und Bedürfnissen dazu charakterisieren. Weit über diese wenigen, zitierten Werke hinausgehend, deutet die immense Zahl an Forschungsarbeiten zum Technologieeinsatz im Mathematikunterricht darauf hin, dass einerseits die Relevanz des Themas stetig steigt; es zeigt sich aber andererseits, dass Forschung in diesem Bereich oft noch am Anfang steht. Ein wesentlicher und nicht nur für diesen Artikel zentraler Umstand ist, dass ein weiter Teil der Forschungsliteratur den gewinnbringenden Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht beschreibt und damit Grundlage für tiefergehende und umfassende Erkenntnisse bietet. Mit dem Anspruch, dass Mathematikunterricht die Welt erfahrbar machen soll und nutzbringend für Schüler*innen ist, entstanden diesbezüglich in den vergangenen Jahren vermehrt auch Arbeiten, die die strengen fachlichen Grenzen des Mathematikunterrichts in Frage stellen und andere Bereiche, wie Naturwissenschaft, Technik, Informatik oder auch Kunst, zu integrieren versuchen (z.B. Maass, Geiger et al., 2019). All diese Entwicklungen zeigen, wie es im Wandel der Gesellschaft möglich ist, neue Wege im Mathematikunterricht zu beschreiten, und Schüler*innen beim Aufbau adäquater und vernetzter Kompetenzen zu unterstützen, die für ein Leben in der Gesellschaft des 21. Jahrhunderts unverzichtbar sind.

Wege zu attraktivem Mathematikunterricht

Unter Bedachtnahme auf die gesellschaftlichen Entwicklungen wurde die Ausbildung zukünftiger Mathematiklehrer*innen in Österreich in den vergangenen zehn Jahren mit der Einteilung der beteiligten Institutionen zu gemeinsamen Verbünden und der Reform der Curricula neu organisiert. Im gemeinsamen Curriculum der Bundesländer Tirol und Vorarlberg für das Masterstudium im Fach Mathematik findet sich ein Seminar zur Analyse fachdidaktischer Forschung. Ziel dieser Lehrveranstaltung ist es, Studierende im Erkenntnisgewinn zu unterstützen, dass fachdidaktische Forschungsliteratur Quelle der Inspiration und der Weiterentwicklung des eigenen Unterrichts sein kann und sie im Hinblick auf ihre berufliche Zukunft darin zu unterstützen, diesen Baustein der individuellen Professionalisierung aktiv zu forcieren. Die Lehrveranstaltung steht unter dem Motto, moderne Inhalte wissenschaftlich fundiert im eigenen (zukünftigen) Mathematikunterricht zu verankern.

Resultierend aus der Arbeit der Studierenden in diesem Seminar werden 16 Artikel vorgestellt, die in unseren Augen das Potential besitzen, eine Attraktivierung des Mathematikunterrichts anzuregen. Die folgenden Einzelbeiträge beinhalten jeweils eine Kurzinformation und Zusammenfassung des Forschungsartikels, Umsetzungsideen für den Unterricht sowie Erklärungen der Studierenden, inwiefern die beschriebene Umsetzung den Unterricht bereichern kann.

Robotik

Der Artikel von Albert Valls Pou, Xavi Canaleta und David Fonseca mit dem Titel *Computational Thinking and Educational Robotics Integrated into Project-Based Learning* wurde in der Zeitschrift Sensors veröffentlicht. Valls Pou et al. (2022) beschreiben darin positive Effekte, die eine Integration von *Robotik* und *Computational Thinking* in den offiziellen Lehrplan mit sich bringen. Neben der Stärkung von digitalen Kompetenzen werden 21st-Century-Skills wie Kreativität, Kommunikation, kritisches Denken und Problemlösefähigkeiten gefördert. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass der Aufbau dieser Kompetenzen besonders in aktiven Lernformen wie beispielsweise projektbasiertem Lernen begünstigt wird. Zusätzlich werden Performance und Motivation von Schüler*innen gesteigert. Die Autoren betonen zudem, dass die Verwendung visueller Programmierplattformen wie Scratch oder LEGO-Mindstorms das Erlernen des Programmierens erleichtern. Aufgrund der einfachen Anwendung sowie der Interaktion und des direkten Feedbacks sind Roboter geeignete Tools für Primar- und Sekundarstufe. Der Einsatz von Robotern im Mathematikunterricht eröffnet neue Wege, einen motivierenden, sinnstiftenden und mit den grundlegenden Konzepten der Informatik vernetzten Unterricht zu gestalten. Robotik konfrontiert Lernende auch mit Naturwissenschaft, Technik und Kunst, weshalb sich eine Einbettung in fächerübergreifende Projekte im MINT-Bereich anbietet.

Origami

Der Artikel *Two Solutions to an Unsolvable Problem: Connecting Origami and GeoGebra in a Serbian High School* von Kristof Fenyvesi, Natalija Budinski und Zsolt Lavicza wurde in den *Proceedings of Bridges 2014: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture* publiziert. Darin beschreiben Fenyvesi et al. (2014) wie die Lösung des antiken Problems der Konstruktion eines Würfels, der das doppelte Volumen eines gegeben

Würfels haben soll, mit GeoGebra durch den Schnitt zweier Parabeln oder mittels Origami im Unterricht umgesetzt werden kann. Anleitungen zu den zwei unterschiedlichen Lösungen des Problems (vgl. in Abbildung 1 die Origami-Lösung) wurden in Gruppen geprüft und mit dem Ziel diskutiert, im Plenum die Beweisfindung zu präsentieren. Auch die Dreiteilung des Winkels kann mit Origami oder durch den Schnitt von Parabel und Kreis, aber nicht mit Zirkel und unmarkiertem Lineal gelöst werden. Die vorgestellten Beweise können in der Sekundarstufe II umgesetzt und mit einer mathematik-historischen Diskussion zu den Grenzen der euklidischen Geometrie verbunden werden.

In der Sekundarstufe I können gefaltete geometrische Formen wie Dreieck oder Viereck und modulares Origami den Unterricht bereichern, bei dem durch Zusammenstecken mehrerer gleicher Papierformen geometrische Körper wie Würfel oder Dodekaeder entstehen. Daran können deren Eigenschaften besprochen, veranschaulicht und mit digitalen Lösungen verglichen werden. Alles in allem stellt Origami eine Bereicherung des Unterrichts dar, da das Produkt haptisch entsteht und fassbar ist. Mathematische Begriffe lassen sich gut mit den Faltschritten verbinden und mit gezielten Aufgabenstellungen auch räumliche Argumentation oder die Entdeckung von Symmetrieeigenschaften verschiedener Faltungen fördern.

3D-Druck im Mathematikunterricht

Der Artikel *Opportunities for 3D printing in Hybrid Education* wurde im Jahr 2022 von Natalija Budinski, Zsolt Lavicza und Tony Houghton in der Zeitschrift *Open Education Studies* publiziert. Budinski et al. (2022) führen in ihrer Studie eine Unterrichtssequenz zum Thema Raumgeometrie mithilfe des 3D-Druckers durch. Ziel der Studie ist die Schaffung eines Ansatzpunktes zur Implementierung des 3D-Drucks im Klassenzimmer. Anhand von GeoGebra modellierten Lernende einen Tetraeder und druckten diesen anschließend aus. Sowohl korrekt als auch falsch konstruierte Modelle halfen Schüler*innen beim Verständnisprozess und unterstützten so ihr Lernen.

Wie Bundinski et al. (2022) beschreiben, kann der 3D-Drucker eingesetzt werden, um geometrische Körper und Formen zu visualisieren und damit deren Charakteristika besser zu verstehen. Eine weitere Einsatzmöglichkeit ist das Konstruieren von Modellen realer Gegenstände, wodurch mathematische Konzepte, wie Proportionalität, Skalierung oder Symmetrie greifbar gemacht werden. Es können auch mathematische Spielegeräte, wie etwa verschiedenartige Spielwürfel oder verschiedenartige Würfel, erstellt werden, um Gewinnwahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Darüber hinaus kann der 3D-Drucker im fächerübergreifenden Unterricht zur Anwendung kommen. So kann etwa in Kombination mit Biologie, Physik oder Chemie ein Modell eines Moleküls oder im Zuge eines Experiments ein Modell eines Pendels erstellt werden. Auf diese Weise eröffnet 3D-Druck einen haptischen Zugang zum Lerninhalt und ermöglicht einen vertieften Umgang mit mathematischer Software wie GeoGebra oder einfachen CAD-Programmen wie *Tinkercad*. Insgesamt ergeben sich mit der Integration des 3D-Druckers in den Mathematikunterricht vielfältige Möglichkeiten, Problemlösefähigkeiten, räumliches Denken, Kooperativität und Kreativität zu fördern.

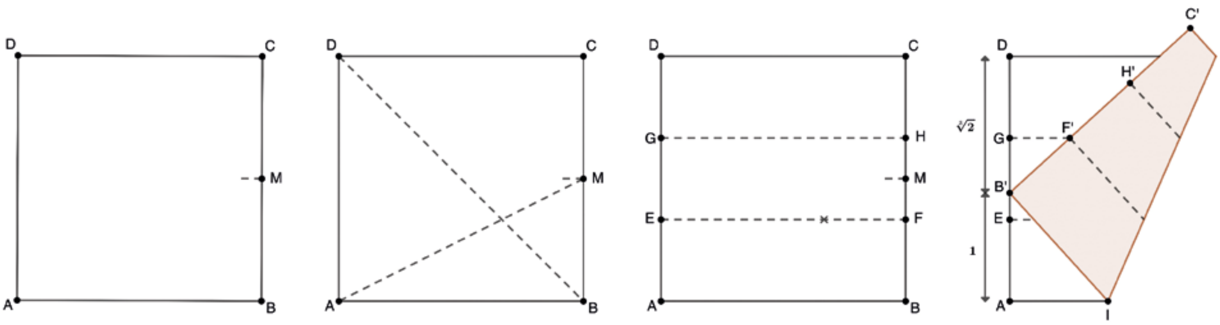


Abbildung 1: Faltanleitung zur Origami-Lösung der Würfelverdopplung (eigene Darstellung nach Fenyvesi et al., 2014)

FotoGebra

Der Artikel aus dem Jahr 2019 von Karina Rizzo, Laura del Río, Mónica Manceñido, Zsolt Lavicza und Tony Houghton mit dem Titel *Linking Photography and Mathematics with the Use of Technology* wurde in der Zeitschrift *Open Education Studies* publiziert. Darin zeigen Rizzo et al. (2019), wie Fotografie, Kunst und Architektur mit Mathematik verknüpft werden können, und durch den Einsatz von Technologie den Unterricht bereichern können. FotoGebra ist ein Wettbewerb, bei dem Lernende mathematische Aspekte von komplexen realen Gegenständen anhand selbst erstellter Fotos technologiegestützt mit GeoGebra analysieren. Gefördert werden kreatives und eigenständiges Denken bei der Findung individueller Lösungen. Ziel ist es, mathematische Fähigkeiten von Schüler*innen zu verbessern, indem gezielte Beobachtungen der Umwelt angeregt und Fragen sowie Lösungsstrategien zu Vorgängen in der Umgebung entwickelt werden.

Viele mathematische Themengebiete lassen sich mit dem Alltag verknüpfen, wodurch auf unterschiedliche Interessensfelder von Schüler*innen eingegangen werden kann. So kann die Breite eines Flusses, die Höhe eines Baumes oder die Form einer örtlichen Brücke sehr einfach anhand eines Fotos in GeoGebra importiert und hinsichtlich diverser mathematischer Aspekte etwa über die Fachbereiche Geometrie oder funktionale Abhängigkeiten erforscht werden. Durch kooperatives Lernen wird zudem die Teamfähigkeit gefördert. Insgesamt erscheint der Ansatz wertvoll, um Lernende in ihrer Wahrnehmung der Umwelt durch die Brille der Mathematik zu fördern.

Augmented Reality

Der Konferenzbeitrag aus dem Jahr 2020 von Julia Wolfinger, Janis Ahrer, Alicia Hofstätter und Markus Hohenwarter mit dem Titel *Möglichkeiten von Augmented Reality in der GeoGebra 3D Rechner App* wurde auf der 54. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Würzburg vorgestellt. Darin beschreiben Wolfinger et al. (2020) in verschiedenen Beispielen den Einsatz von Augmented Reality mithilfe der GeoGebra 3D Rechner App. Durch die App können virtuelle Objekte in der Realität platziert, modelliert und durch Bewegen des Endgerätes aus verschiedenen Perspektiven erforscht werden, wobei im Anschluss ausführliche mathematische Auseinandersetzungen mit dem Objekt erfolgen können.

Online zugängliche GeoGebra Bücher bieten Kurzanleitungen und Kurzvideos für Lehrpersonen und Schüler*innen zur Umsetzung im Unterricht an. Darüber hinaus finden sich auf der Homepage von GeoGebra eine Vielzahl an vorgefertigte Materialien in den Bereichen Algebra, Geometrie und Analysis, die im Unterricht in unterschiedlichsten Schulstufen der Sekundarstufe interaktiv eingegliedert werden können. Dadurch können Lernende beispielsweise verschiedenste geometrische Figuren aus der realen Welt untersuchen oder auch Sachverhalte zum dreidimensionalen Koordinatensystem erarbeiten. *Augmented Reality* eröffnet Chancen für den Unterricht, eine schüler*innenzentrierte, forschende, offene und kooperative Lernumgebung zu schaffen, mit der dreidimensionale Zusammenhänge erfasst und das Vorstellungsvermögen sowie das räumliche Denken von Lernenden gestärkt werden können. Außerdem werden in der eigenständigen Erkundung der augmentierten Realität durch Schüler*innen deren Lernprozesse durch die individuelle Entwicklung von Strategien oder den Austausch in fachlichen Diskussionen in den Vordergrund gestellt.

Photomath

Der im Journal *Middle European Scientific Bulllentin* veröffentlichte Artikel *Challenges in Human-Computer Interaction on the Example of Photomath Mobile Application* von Mariam Zakariashvili aus dem Jahr 2021 behandelt die Mensch-Computer-Interaktion am Beispiel der kostenlosen App *Photomath*. Die Autorin stellt darin eine Studie vor, die die Nutzung von *Photomath* durch Lernende untersucht. Mithilfe der App können mathematische Probleme gelöst werden. Dazu schießt man ein Foto der Aufgabe, woraufhin *Photomath* diese scannt und löst. Besonders ist, dass einer oder mehrere Lösungswege schrittweise angegeben werden. Die App erkennt gedruckte sowie handschriftliche Aufgaben.

Die aktiv forcierte Verwendung von *Photomath* im Unterricht eignet sich einerseits für Übungsphasen. Schüler*innen können gelöste Aufgaben selbstständig kontrollieren und etwaige Fehler in ihren Rechenwegen finden, da das richtige Ergebnis sowie Lösungswege in der App angegeben werden. Zudem können Denkanstöße bei der Verwendung der App Schüler*innen beim Üben unterstützen. Andererseits kann *Photomath* in Erarbeitungsphasen eingesetzt werden, um gezielt verschiedene Lösungswege zu analysieren, zu vergleichen und zu bewerten, oder um in Phasen des forschenden Lernens Inhalte mit eingeplanten Hilfestellungen selbstständig zu erarbeiten. Da *Photomath* laut der Untersuchung von Zakariashvili (2021) sehr benutzerfreundlich ist, ist die Einführung der App auch einfach umzusetzen.

Lineare Gleichungen – Dragonbox App

Der Konferenzbeitrag von Hans-Georg Weigand, Guido Pinkernell und Alesander Schüler-Meyer am *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME12) aus dem Jahr 2022 mit dem Titel *Basic mental models of equations – Theoretical conception and practical meaning* gibt einen Überblick über die Grundvorstellungen zu Gleichungen und die Wechselbeziehung zwischen diesen Grundvorstellungen und dem Einsatz digitaler Technologien im Lösungsprozess.

Der Aufbau von Grundvorstellungen zum Lösen von linearen Gleichungen kann im Unterricht etwa durch den gezielten Einsatz der Lernapp DragonBox Algebra 12+ ermöglicht werden. Die Lernapp kann Schüler*innen unterstützen, das Thema der linearen Gleichungen intuitiv und spielerisch zu erarbeiten. Um die App sinnvoll in einen Unterricht zu integrieren, der forschendes und entdeckendes Lernen ermöglicht, ist die Erstellung eines begleitenden Arbeitsblattes erforderlich. Dieses soll parallel zum Lernspiel Lernende beim mathematischen Kompetenzaufbau unterstützen, der Ergebnissicherung dienen und inhaltliche Reflexion zum Lösen von Gleichungen fördern. Damit kann die App DragonBox die algebraischen Denkhandlungen der Schüler*innen sichtbar machen, was sowohl für Lehrpersonen als auch für Lernende einen Mehrwert bieten kann. Zudem kann die spielerisch aufgebaute App die Lernmotivation steigern und daher zur Attraktivierung des Unterrichts beitragen.

Statistische Fragestellungen entwickeln

Der Artikel *What Makes a Good Statistical Question?* von Pip Arnold und Christine Franklin wurde 2021 im *Journal of Statistics and Data Science Education* publiziert. Der statistische Forschungskreislauf besteht aus vier Phasen: (1) der Entwicklung der Fragestellung, (2) der Datenerhebung, (3) der Datenanalyse und (4) der Beantwortung der Frage. Um Statistik nachhaltig zu lernen, sollen Schüler*innen den gesamten Forschungskreislauf aktiv im Sinne des genetischen Prinzips in einer Lernumgebung durchlaufen, die forschendes und entdeckendes Lernen durch den Einsatz von Technologie forciert. In ihrem Artikel stellen Arnold und Franklin (2021) verschiedene Arten von statistischen Fragestellungen vor, die einerseits am Beginn des Forschungsprozesses stehen und andererseits den Forschungsprozess durchgehend begleiten. Zudem werden entwickelte Qualitätskriterien vorgestellt, die eine gute statistische Forschungsfrage ausmachen.

Das Umsetzen des statistischen Forschungskreislaufs im Unterricht – von der Forschungsfrage über die Datenerhebung mittels Fragebogen bis hin zur Datenanalyse – kann einen wesentlichen Beitrag zur Grunderfahrung von Schüler*innen leisten, Phänomene der Natur, der Gesellschaft und der Kultur zu entdecken. Dabei können konkrete Fragestellungen von Schüler*innen aufgegriffen und interdisziplinäres Arbeiten mit anderen Unterrichtsfächern gefördert werden. Der Prozess kann auch durch bereits vorhandene Erhebungen eingeleitet werden und Lernende formulieren basierend darauf ihre Fragen. Wesentlich ist, dass Lehrpersonen die Weiterentwicklung der anfänglichen Fragestellung hin zu einer guten statistischen Forschungsfrage, die sich durch Daten beantworten lässt, begleitet. Der vorgestellte Artikel bildet dafür eine fundierte theoretische Basis.

Statistische Untersuchungen mit TinkerPlots

Erschienen im von Wassong und anderen 2014 herausgegebenem Sammelband *Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik lernen – Using Tools for Learning Mathematics and Statistics*, widmen sich Dani Ben-Zvi und Tali Ben-Arush im Artikel EDA *Instrumented Learning with TinkerPlots* dem forschend-entdeckenden Lernen beim Umgang mit multivariaten Daten. Anhand des Arbeitsprozesses mit der Software TinkerPlots beschreiben die Forscher*innen, wie es gelingen kann, ein für Lernende zunächst unbekanntes Instrument zur Datenverarbeitung in ein hilfreiches Werkzeug zur Durchführung und Auswertung statistischer Untersuchungen zu verwandeln. Ihr präsentierter Weg von unsystematischen Anordnungen bloßer Punkte, über die Schaffung einer systematisierten Datenlage, hin zu profundem Hantieren mit der zu Grunde liegenden Stichprobe zeigt, dass ein Selbsterkunden sowie Ausprobieren des technologischen Hilfsmittels und ein Austausch unter Lernenden besonders lernförderlich sind.

Bereits zu Beginn der Sekundarstufe gibt es Anknüpfungspunkte für die eigene Unterrichtstätigkeit. Im Zuge von Kennenlerneinheiten zu Jahresbeginn können basierend auf statistischen Fragestellungen schüler*innenspezifische Daten in TinkerPlots implementiert, analysiert und diskutiert werden. Problemstellungen wie *Die Fußstapfen der Großen – mögliche Zusammenhänge zwischen Geschwisteranzahl und Schuhgröße?* wecken nicht nur Neugierde, sondern eröffnen Möglichkeiten zur Umsetzung eines statistischen Forschungskreislaufs. Lediglich eine kurze Einführung in das kostenpflichtige Programm ist notwendig, ein Selbsterkunden in Kleingruppen vordergründig. Andere kostenfreie Datenanalyseprogramme wie CODAP oder Gapminder können als Alternative herangezogen werden. Damit kann Statistik nicht nur als Lückenfüller am Schuljahresende angesehen werden, sondern als roter Faden in der Sekundarstufenzeit einen relevanten Beitrag zur Welterfassung leisten.

Aktive Citizenship

2019 wurde unter dem Titel *Promoting active citizenship in mathematics teaching* im Journal ZDM – *Mathematics Education* von Katja Maass, Michiel Doorman, Vincent Jonker und Monica Wijers eine interdisziplinäre, internationale Design-Forschungsstudie namens MaSDiV vorgestellt, deren vorläufige Forschungsprodukte aus Lehr- und Weiterbildungsmaterialien bestehen. Im Zentrum stehen dabei Fragestellungen zu sozial relevanten Themen, die im Mathematikunterricht mit diversen Methoden und Medien erforscht werden können. Schüler*innen sollen sich eine faktenbasierte, kritische, reflektierte Meinung zu konträren Fragestellungen unserer Zeit bilden, etwa zu Themen wie dem Kauf fair produzierter Schokolade, der Ernährung der Weltbevölkerung oder der Installation alternativer erneuerbarer Energieformen. Im Zentrum der Lernprozesse stehen Entscheidungsfindungen durch Fakten, mathematische Modelle und wissenschaftliche Methoden in Abstimmung mit sozialen, moralischen und ethischen Aspekten. Der Mathematikunterricht des 21. Jahrhunderts soll Schüler*innen in unseren Augen genau auf diese Thematiken vorbereiten, damit Wege in eine nachhaltige Zukunft gebaut werden können. Über einzelne oder mehrere Unterrichtseinheiten reichende konkrete Unterrichtsmaterialien und -ideen können auf der Projekthomepage von MaSDiV zur direkten Verwendung im Unterricht heruntergeladen werden.

Fermi-Probleme

Der Artikel von Jonas Bergman Ärlebäck und Lluís Albarracín mit dem Titel *The use and potential of Fermi problems in the STEM disciplines to support the development of twenty first century competencies* wurde im Juli 2019 in der Zeitschrift *ZDM – Mathematics Education* online veröffentlicht. Darin präsentieren die Autoren Forschungsergebnisse zum Einsatz von Fermi-Problemen in den MINT-Fächern (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik) und erläutern, wie diese im Unterricht umgesetzt werden können. Fermi-Probleme sind offene Fragen, die auf Schätzungen und Annahmen basieren und keine exakten Antworten verlangen. Sie erfordern kritisches Denken und Problemlösungsfähigkeiten sowie kreative und flexible Denkweisen. Untersuchungen ergaben durchwegs positive Lernergebnisse, insbesondere in den Bereichen Schätzen, Zahlverständnis, Problemlösung und Modellierung.

Wenn Schüler*innen Fermi-Aufgaben lösen, arbeiten sie in Kleingruppen und erstellen selbstständig Modelle und Lösungen. Die Ergebnisse der Aufgaben können oft experimentell überprüft werden, wie zum Beispiel das Abschätzen oder näherungsweise Berechnen des Volumens eines unregelmäßigen Körpers, welches z.B. durch Wasserverdrängung in einer Badewanne nachgemessen werden oder durch Recherchen im Internet ergänzt werden kann. Fermi-Aufgaben können den Unterricht bereichern, indem Schüler*innen lernen, ein Problem in mehrere Teilprobleme zu zerlegen und näherungsweise Modelle für die Realität zu erstellen. Aufgrund ihrer offenen Natur können Fermi-Probleme auch dazu beitragen, das Interesse von Schüler*innen an MINT-Disziplinen zu wecken und ihr Verständnis für komplexe Konzepte zu vertiefen. Zusammengefasst zeigt sich, dass die Anwendung von Fermi-Problemen im Unterricht ein wertvolles Werkzeug für Lehrende ist, um Schüler*innen auf die Herausforderungen des 21. Jahrhunderts vorzubereiten.

Interaktive Schulbücher

Der Artikel *Design and research potential of interactive textbooks: the case of fractions* aus dem Jahr 2018 von Stefan Hoch, Frank Reinhold, Bernhard Werner, Jürgen Richter-Gebert und Kristina Reiss wurde in der Fachzeitschrift *ZDM – Mathematics Education* publiziert. Er greift das Gestaltungs- und Forschungspotenzial interaktiver Schulbücher im Unterricht auf. Hoch et al. (2018) beschreiben, welche Aspekte für die Entwicklung eines interaktiven Schulbuchs eine entscheidende Rolle spielen müssen, um Lernprozesse von Schüler*innen zu unterstützen. Interaktive Übungen, adaptive Anforderungen und automatische Feedbacks sind entscheidende Eigenschaften, die einen positiven Effekt digitaler Schulbücher auszeichnen. Das im Artikel vorgestellte interaktive Schulbuch *ALICE:fractions* soll am Beispiel der Einführung von Brüchen die Umsetzung digitaler Lernumgebungen im Unterricht erläutern und folglich den Nutzen hinsichtlich des Lernprozesses evaluieren.

Schulbücher dieser Art können ohne größeren Aufwand in den Unterricht eingebaut werden. Auf Grund von bereits vorgefertigten, qualitativ hochwertigen Schulbuchaufgaben kann nicht nur die Stundenvorbereitung erleichtert werden, sondern auch mit Hilfe der vielfältigen und anpassungsfähigen Übungen der individuelle Lernprozess der Schüler*innen gefordert und gefördert werden. Zudem können sich digitale Lernumgebungen mit traditionellen Unterrichtsmethoden abwechseln, und sie schaffen Chancen für kreative und lebhafte Unterrichtseinheiten, die das eigenverantwortliche Lernen in den Vordergrund stellen. Neben anderen digitalen Schulbüchern wie *Mathigon* können mit der weiter unten vorgestellten App *GeoGebra Classroom* auch selbst interaktive Schulbücher erstellt werden.

Flipped Classroom

Der Artikel *Towards Inquiry-Based Flipped Classroom Scenarios: a Design Heuristic and Principles for Lesson Planning* von Stefanie Schallert, Zsolt Lavicza und Ellen Vandervieren, 2021 erschienen im *International Journal of Science and Mathematics Education*, beschäftigt sich mit der neuen Unterrichtsmethode *Flipped Classroom*, bei der Vortragsphasen vor dem Unterricht stattfinden und der Schulunterricht für schüler*innenzentriertes Lernen genutzt wird. Dabei werden von Lernenden Aktivitäten vor und nach dem Unterricht erwartet. Das 5E-Unterrichtsmodell (Engagement, Exploration, Explanation, Elaboration & Evaluation) und eine Design-Heuristik für die Planung sollen dazu beitragen, die Effektivität des selbstgesteuerten Lernens zu erhöhen. Die in Österreich durchgeführte Studie, kommt zum Schluss, dass eine Design-Heuristik allein nicht ausreicht, um Lehrer*innen bei der Anwendung der *Flipped Classroom*-Methode zu unterstützen. Daher werden zudem Design-Prinzipien vorgestellt, die als hilfreiche Richtlinien für die Implementierung von *Flipped Classroom* Szenarien im Mathematikunterricht der Sekundarstufe dienen sollen. Vielfältige Materialien und Lernvideos aus dem Projekt *Mathematik macht Freude (MmF)*, die an der Universität Wien entwickelt wurden, können für die einfache Erstellung von *Flipped Classroom* Szenarien verwendet werden.

GeoGebra Classroom

Der Konferenzbeitrag von Johanna Zöchbauer und Markus Hohenwarter aus dem Jahr 2020 mit dem Titel *Developing a collaboration tool to give every student a voice in a classroom discussion*, der im Rahmen der *Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom* präsentiert wurde, stellt die Entwicklung des Online-Kollaborationswerkzeugs *GeoGebra-Classroom* vor. Dieses kombiniert im Sinne der *Connected-Classroom-Technologie* die mathematische Software GeoGebra mit einem Audience-Response-System. Zöchbauer und Hohenwarter (2020) beschreiben Umsetzungsmöglichkeiten von Connected-Classroom-Technologien zur weiteren Verbesserung des Prototyps von *GeoGebra-Classroom*, um Interaktion und Kommunikation im Unterricht zu unterstützen. Insbesondere sollen kooperatives Lernen, formative Beurteilung und Echtzeitbeobachtung von Lernenden möglich sein. Über einen zur Verfügung gestellten Code treten Lernende kostenlos per digitalem Endgerät dem Arbeitsbereich bei und bearbeiten die so zugeteilten Aufgaben. Lehrkräfte können auf alle Schüler*innen-Antworten zugreifen, diese sammeln, sortieren sowie zeitsparend und übersichtlich darstellen. In der Echtzeitbeobachtung liegt großes Potential, Schüler*innen zu ermutigen, aktiv am Unterricht teilzunehmen. Zudem bietet sich das Tool für formative Beurteilungen an, um Schüler*innen individuell zu unterstützen. Die Darstellung der gesammelten Lösungen ermöglicht eine fachliche Diskussion der Lernprodukte. Eine Kombination mit der *Flipped-Classroom-Methode* ist ebenso vorstellbar, da auch zuhause Zugriff auf die implementierten Lernpfade besteht. Zusammenfassend ist *GeoGebra-Classroom* Bereicherung für einen Unterricht, der Lernprodukte von Schüler*innen in den Mittelpunkt stellen soll.

Silent Video Tasks

Der vorgestellte Artikel aus dem Jahr 2020 von Bjarnheiður Kristinsdóttir, Freyja Hreinsdóttir, Zsolt Lavicza und Charlotte Eliza Wolff mit dem Titel *Teachers' noticing and interpretations of students' responses to silent video tasks* wurde in der Zeitschrift *Research in Mathematics Education* publiziert. Er beschreibt Vorteile der Verwendung von *Silent Video Tasks* im Unterricht, bei denen Schüler*innen Tonaufnahmen zu tonlosen Kurzvideos mit mathematischem Inhalt produzieren, um die dargestellten mathematischen Ideen zu erklären. Die Methode soll Schüler*innen in der eigenständigen Beschäftigung mit den Inhalten, zum kritischen Denken und zum Diskutieren anregen. Bei der Anwendung dieser Methode ist es wichtig, mathematischen Phänomene, die gut zu visualisieren und zu interpretieren sind, möglichst ohne Texte und Symbole darzustellen.

Die Umsetzung von *Silent Videos* im Unterricht kann Abwechslung zu traditionellen Methoden des Lernens bieten, und Schüler*innen können Mathematik auf eine neue Art visuell erfassen und selbst beschreiben. Damit können sie ein konzeptionelles Verständnis erlangen und lernen, Ergebnisse zu interpretieren. Lehrpersonen erhalten durch die von Lernenden vertonten Erklärvideos die Möglichkeit, fehlerhafte Interpretationen zu erkennen und mit diesen im Sinne einer formativen Rückmeldung zu arbeiten. Auf der GeoGebra-Homepage finden sich bereits zahlreiche vorgefertigte Silent Videos zu geometrischen und anderen visualisierbaren Inhalten.

Memes im Mathematikunterricht

Dass mathematische Memes einen epistemischen Mehrwert besitzen, welcher sich im Kodierungs- und Dekodierungsmoment und deren Argumentation zeigt, verdeutlichen Giulia Bini, Ornella Robutti und Angelika Bikner-Ashbahs im 2022 im *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* erschienenen Artikel mit dem Titel *Maths in the time of social media: conceptualizing the Internet phenomenon of mathematical memes*. Darin entwickeln die Autorinnen ein Konzept mathematischer Memes durch einen theoretischen Zugang mit memetischer und kultureller Perspektive, einer beobachtenden Felduntersuchung sowie einer instrumentellen Fallstudie, in der das pädagogische Potenzial sichtbar wird. Durch die Entschlüsselung mathematischer Memes, wozu mathematisches Fach- und Transferwissen erforderlich ist, können kognitiv aktivierende Situationen geschaffen werden, welche zugleich motivierend und ansprechend auf

Schüler*innen wirken können. Mathematische Memes, die laut Bini et al. (2022) als mathematische Aussagen gelten, sprechen im Gegensatz zu klassischen mathematischen Aussagen Emotionen von Schüler*innen und somit einen größeren Kreis von Lernenden an. Daher kann eine kooperative Analyse und Überprüfung bereits existierender mathematischer Memes und die Produktion eigener Memes mithilfe geeigneter Begleitmaterialien, wie anleitende Arbeitsblätter oder Websites zur einfachen Erstellung von Memes, den Mathematikunterricht bereichern. Konkrete Einsatzmöglichkeiten sind in allen Phasen des Unterrichts gegeben, im Besonderen aber im Einstieg in neue Themen oder in der Sicherung von erlernten Inhalten.

Fazit

Die hier dargestellte Collage von Forschungsartikeln umfasst eine bunte Mischung aus mathematischen Inhalten, Methoden und digitalen Technologien, die Mathematikunterricht bereichern können. Einige der präsentierten Ideen lassen sich in attraktiven Projekten umsetzen, andere können zu einem integralen Bestandteil des alltäglichen Unterrichts werden. Den vorgestellten Inhalten ist ein umfassenderer Zugang gemeinsam, der vielfach über fachliche Grenzen der Mathematik hinausgeht. Die Förderung von *21st century skills*, die Entwicklung von Kompetenzen im MINT-Bereich oder die Integration sozial-relevanter Themen im Unterricht können helfen, eine Lernumgebung zu schaffen, die von Schüler*innen als modern, authentisch und bedeutungsvoll wahrgenommen wird und somit der Attraktivierung des Mathematikunterrichts dient.

Literatur

Arnold, P., & Franklin, C. (2021). What makes a good statistical question? Journal of Statistics and Data Science Education, 29(1), 122–130. https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1877582

Ärlebäck, J. B., & Albarracín, L. (2019). The use and potential of Fermi problems in the STEM disciplines to support the development of twenty-first century competencies. ZDM, 51(6), 979–990. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01075-3

Barzel, B., Holzäpfel, L., Leuders, T., & Streit, C. (2017). Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren (5. Auflage). Cornelsen.

Abbildung 2: Memes als mathematische Aussagen mit pädagogischem Potenzial (li.; Bini et al., 2020, S. 1268) und Beispiel eines mathematischen Memes (re.; eigene Abbildung erstellt mit https://imgflip.com/memegenerator)

Ben-Zvi, D., & Ben-Arush, T. (2014). EDA Instrumented learning with TinkerPlots. In T. Wassong, D. Frischemeier, P. R. Fischer, R. Hochmuth, & P. Bender (Hrsg.), Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik lernen – Using tools for learning mathematics and statistics (S. 193–208). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-03104-6_15

Bini, G., Robutti, O., & Bikner-Ahsbahs, A. (2020). Maths in the time of social media: Conceptualizing the Internet phenomenon of mathematical memes. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1–40. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1807069

Budinski, N., Lavicza, Z., & Houghton, T. (2022). Opportunities for 3D printing in hybrid education. Open Education Studies, 4(1), 339–344. https://doi.org/10.1515/edu-2022-0175

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, 75(2), 213–234. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5

Fenyvesi, K., Budinski, N., & Lavicza, Z. (2014). Two solutions to an unsolvable Problem: Connecting Origami and GeoGebra in a Serbian high school. In G. Greenfield, G. Hart, & R. Sarhangi (Hrsg.), Proceedings of Bridges 2014: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture (S. 95–102). Phoenix: Tessellations Publishing.

Hoch, S., Reinhold, F., Werner, B., Richter-Gebert, J., & Reiss, K. (2018). Design and research potential of interactive textbooks: The case of fractions. ZDM, 50(5), 839–848. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0971-z

Kristinsdóttir, B., Hreinsdóttir, F., Lavicza, Z., & Wolff, C. E. (2020). Teachers' noticing and interpretations of students' responses to silent video tasks. Research in Mathematics Education, 22(2), 135–153. https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1722959

Maass, K., Doorman, M., Jonker, V., & Wijers, M. (2019). Promoting active citizenship in mathematics teaching. ZDM, 51(6), 991–1003. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01048-6

Maass, K., Geiger, V., Ariza, M. R., & Goos, M. (2019). The Role of mathematics in interdisciplinary STEM education. ZDM, 51(6), 869–884. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. Teachers college record, 108(6), 1017–1054.

Rizzo, K. A., del Río, L. S., Manceñido, M. E., Lavicza, Z., & Houghton, T. (2019). Linking photography and mathematics with the use of technology. Open Education Studies, 1(1), 262–266. https://doi.org/10.1515/edu-2019-0020

Schallert, S., Lavicza, Z., & Vandervieren, E. (2022). Towards inquiry-based flipped classroom scenarios: A design heuristic and principles for lesson planning. International Journal of Science and Mathematics Education, 20(2), 277–297. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10167-0

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9(3), 281–307. https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5

Valls Pou, A., Canaleta, X., & Fonseca, D. (2022). Computational thinking and educational robotics integrated into project-based learning. Sensors, 22(10), 3746. https://doi.org/10.3390/s22103746

Weigand, H.-G., Pinkernell, G., & Schüler-Meyer, A. (2022). Basic mental models of equations -Theoretical conception and practical meaning. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, F. Ferretti (Hrsg.), Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (S. 654–661). Free University of Bozen-Bolzano, Italy and ERME.

Weinhandl, R., Mayerhofer, M., Houghton, T., Lavicza, Z., Eichmair, M., & Hohenwarter, M. (2023). Mathematics student personas for the design of technology-enhanced learning environments. Research and Practice in Technology Enhanced Learning, 18, 032. https://doi.org/10.58459/rptel.2023.18032

Wolfinger, J., Ahrer, J. M., Hofstätter, A., & Hohenwarter, M. (2020, März 9–13). Möglichkeiten von Augmented Reality in der GeoGebra 3D Rechner App [Konferenzbeitrag]. 54. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Würzburg, Deutschland. https://doi.org/10.17877/DE290R-21638

Zakariashvili, M. (2021). Challenges in human-computer interaction on the example of Photomath mobile application. Middle European Scientific Bulletin, 16.

Zöchbauer, J. & Hohenwarter M. (2020, Feb.). Developing a collaboration tool to give every student a voice in a classroom discussion. Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom, Montpellier, France.

Mit MEER Freude muss man rechnen

Das Mathemeer – ein Lernsystem für den Mathematikunterricht der Primarstufe vor dem Hintergrund der positiven Bildung und der Mathematikdidaktik

Carmen Evermann und Anna Dürr

Die Autorinnen stellen in ihrem Beitrag eine Lernsystementwicklung namens PERMA^{lis} Mathemeer vor und geben Einblick in die getätigten Entwicklungen des Konzepts für den Mathematikunterricht der Primarstufe. Sie zeigen praxisnah, wie mehr Lernfreude, Wohlbefinden und damit eine verbesserte Leistung im Mathematikunterricht der Jahrgangsstufe 2 gelingen kann.

Schlagwörter: Kompetenzorientierter Mathematikunterricht, adaptives Lernsystem, Positive Bildung

Mathematik ein Angstfach?! Vielleicht, denn irgendwie schafft sie es im Laufe eines Schülers und Schülerinnen Daseins und darüber hinaus für die meisten Menschen in einem gewissen Ausmaß und zu einer bestimmten Zeit mit einer unvermeidlichen Intensität für negative Emotionen zu sorgen.

Mathematik und Spaß?! Bestimmt, denn die Faszination an und mit ihr, sowie die positiven Emotionen wurden ihr schon in die Wiege gelegt. Und trotz ihres hohen Alters hat sie bis heute nicht an Attraktivität, Begeisterung und Respekt eingebüßt. Der Beitrag skizziert das zur Zeit an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg angesiedelte und finanzierte Projekt der Megabildung mit dem Akronym PERMA^{lis} zur Etablierung und Unterstützung mathematischer, sowie kompetenzorientierter, individueller und gemeinsamer Lernprozesse und stellt sie in ausgewählten Grundzügen vor.

Einleitende Gedanken

Mathematik ist bei vielen Schülern und Schülerinnen häufig nicht das freudvollste oder beliebteste Unterrichtsfach in ihrer Schullaufbahn. Die Mathematik und der dazugehörige Unterricht genießen seit vielen Jahren einen summarisch negativen Ruf mitunter wegen des mühevollen Lernens bzw. Verstehens. Das abstrakte Denken der Mathematik und der oft nicht eindeutig hergestellte Lebensweltbezug leisten hierzu bestimmt einen wesentlichen Beitrag. Das Lernen ist oft mit Erfolgsdruck und weniger mit Erfolgserlebnissen verbunden. Da stellt sich selten Lernfreude bzw. Spaß ein. Hinzukommen Wissenslücken, die anschlussfähiges Lernen, aufbauendes und vertiefendes Verständnis von Lerninhalten blockieren. Auch verbessern die immer wiederkehrenden formalen Übungen ähnlicher Aufgabenformate die Freude am mathematischen Operieren nicht, sondern sorgen sogar für einen weniger freudvollen Zugang zur Mathematik, welcher ein Absinken von Motivation und Interesse für das Fach Mathematik zur Folge haben.

Da braucht es schon eindeutig „MEER“.

Neue Wege im Mathematikunterricht sind nötig: Den Kompass für die ganze Schulfamilie auf einen Mathematikunterricht neu ausrichten, der insgesamt auf vielfältige Art und Weise für Wohlbefinden sorgt und Freude in und mit der Mathematik anstrebt.

Das Mathemeer entsteht

Das Konzept nutzt die Erkenntnisse empirischer Daten der Lehr- und Lernforschung aus drei verschiedenen Bereichen und bildet unter dem Deckmäntelchen der Freude, Leistung und Wohlbefinden ein Konstrukt, das von drei Säulen getragen wird. Eine Säule enthält die Erkenntnisse der Positiven Bildung mit PERMA (Seligman, 2011; Lichtinger, 2022). Eine andere Säule stützt das Lernen in Systemen (^{lis}) bzw. das Lernen mit Lernleitern (Girg et al., 2012; Lichtinger, Höldrich 2016). Im Zentrum steht die Mathematikdidaktik sowie ausgewählte Bereiche der Montessori-Pädagogik (Amiras, 2014; Krauthausen, 2018; Pliquet et al., 2017) und bildet die dritte und letzte Säule auf der das „PERMA^{lis} Mathemeer“ fußt. Aus diesen drei wissenschaftsbasierten Bereichen gestaltet sich ein Lernsystem, das auf mehr Freude (Spaß) am Mathematik-Lernen, mehr Wohlbefinden im Mathematikunterricht abzielt und so zu mehr Erfolgserlebnissen und damit zu mehr Leistungsstreben in Mathematik führen kann. Am „PERMA[lis] Mathemeer 2" werden diese Entwicklungen exemplarisch beschrieben und das notwendige Materialarrangement für die Primarstufe aufgezeigt. Im Folgenden werden diese drei Säulen näher beleuchtet.

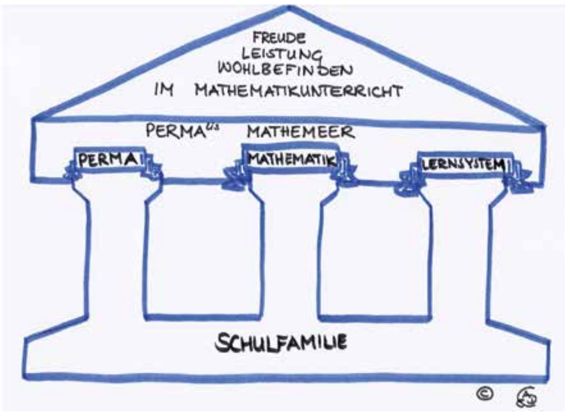


Abbildung 1: Abstrakte Darstellung des PERMA[lis] Mathemeer (eigene Abbildung)

Wohlbefinden im Lernsystem durch und mit PERMA

Positive Bildung und Wohlbefinden sind zwei Konstrukte, die aus der Positiven Psychologie nach Martin Seligman hervorgehen und sich gegenseitig bedingen. Die Fähigkeit Stärken und Talente in sich und anderen zu erkennen und diese weiterzuentwickeln, um bestmöglich das volle Potential jedes Einzelnen/ jeder Einzelnen zu erreichen. Das ist der junge Ansatz der Positiven Bildung. Der Grundstein für Wohlbefinden wird u.a. durch das allgemeine Gefühl von Zufriedenheit gelegt. Dieses erlangt jedes Individuum durch die fünf Faktoren der Positiven Bildung, die sich aus den fünf Buchstaben (P, E, R, M, A) ableiten lassen.

Das P steht für Positive Emotionen und umfasst positive Gefühle, wie beispielsweise Freude, Dankbarkeit, Liebe und Gelassenheit. Indem Menschen sich ihren Situationen und Aufgaben gewachsen fühlen und nicht überfordert oder mit Angst reagieren, können diese Gefühle in ihnen entstehen und wachsen (Fredrickson, 2013). Zentraler Ausgangspunkt nach Fredrickson (2003) Broaden-and-Build-Theorie sind positive Emotionen, um Lernen und Leisten zu können. Denn positive Emotionen machen menschliches Denken weit und offen u.a. für Strategien für Problemlösungen (Lichtinger & Rigger, 2022). Damit bahnt sich und ebnet sich der Weg für das sogenannte Flow-Erlebnis an (Nakamura & Csikszentmihalyi, 2009). Dieser Flow wird im zweiten Buchstaben E (= Engagement) verstärkt, indem sich Lehrende und Lernende in sinnvollen, herausfordernden und freudvollen Aktivitäten vertiefen und darin

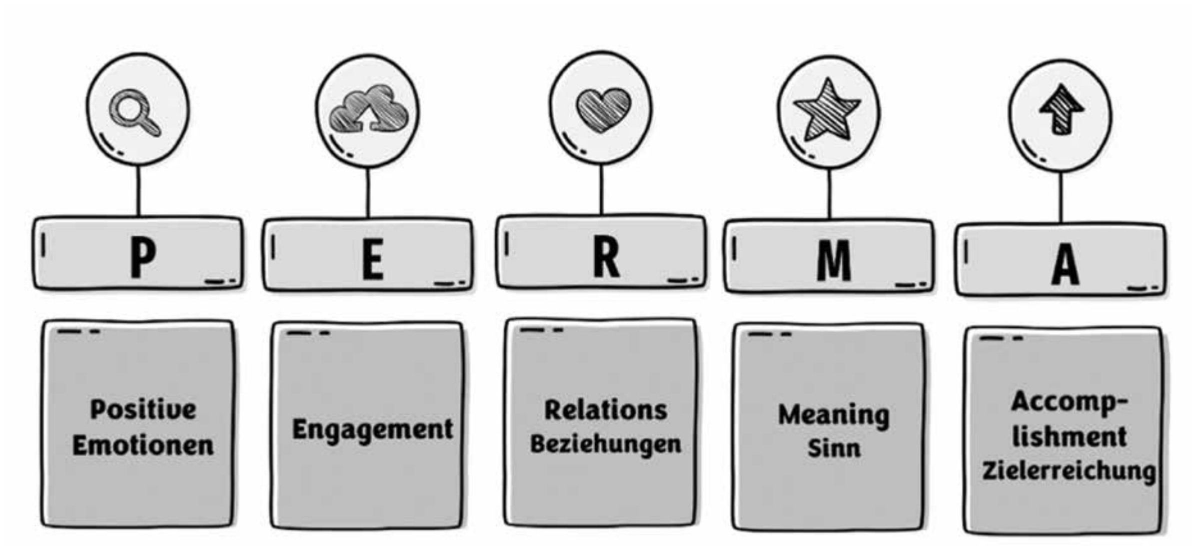


Abbildung 2: PERMA-Faktoren (Lichtinger, 2022)

aufblühen. Relations, versteckt sich hinter dem dritten Buchstaben R und wird mit Beziehungen übersetzt. Gute Beziehungen zu anderen Menschen sind eine wichtige Quelle für Wohlbefinden und Zufriedenheit. Durch das Gefühl der Verbundenheit erhält das Erlebte, Empfundene, Gelernte und Geleistete eine größere Dimension, bedingt den Zuwachs an Wissen und dessen Spiegelung in Lernerfolgen (Fredrickson, 2003; Fredrickson, 2011). Der vorletzte Buchstabe M steht für Meaning. An dieser Stelle wird er mit dem deutschen Wort Sinn übersetzt und impliziert persönliches Tun und Handeln zu erleben. Er unterstützt Wohlbefinden und Aufblühen und stellt die wertvolle Basis für Engagement und Selbstwirksamkeit dar (Schnell, 2016). Der Buchstabe A steht für Accomplishment mit der Übersetzung Leistungserfolg und Zielerreichung. Damit sich Zufriedenheit und ein positives Selbstkonzept entwickeln, ist es wichtig Erfolge und Erfahrungen, auf die man stolz sein kann, zu sammeln (Ryan & Deci, 2001; Seligman, 2011). Diese basieren meistens auf dem Erreichen von Zielen und dem Überwinden von Herausforderungen. Die fünf beschriebenen Faktoren fließen gleichwertig in das Lernsystem ein. Dieses PERMA-Modell stellt eine sogenannte Säule da (siehe Abbildung 1) und soll Pädagog*innen als Leitfaden dienen, um das Potenzial der Schulfamilie bestmöglich auszuschöpfen.

Das Lernen im System

Das Lernen im System bedeutet ein Lernen mit und in Systemen. Das heißt in diesem Fall das „Lernen im Mathemeer“ ist auch ein Mathematiklernen mit System. Es fußt auf der aus Indien stammenden MultiGradeMultiLevel-Methodology (MGML) (Müller et al., 2015). Das indische Lehrerpaar Padmanabha Rao und Anumula Rama schuf mit Hilfe dieser Methode ein Lernangebot für Dorfschulen in Südindien. Lehrpläne wurden in Lernpläne umgebrochen und mit passendem Arbeitsmaterial so kombiniert. Auf diese Weise konnten Schüler*innen altersgemischt (multigrade) und leistungsheterogen (multilevel) allein, in Tandems und mit der Lehrkraft arbeiten. Heute lernen in Indien über 10 Millionen Schüler*innen mit dieser bewährten Methode (Girg et al. 2012).

Die Verwendung von Lernleitern als größere strukturierende Einheit im Lernprozess findet im Mathemeer ihre Anwendung. Die Lerninhalte innerhalb dieser Lernleitern werden in schrittweiser Komplexität dargestellt und ermöglichen dem Kind sich systematisch, strukturiert und selbstbestimmt auf das Lernziel hin zu bewegen. Der Jahres- bzw. Zweijahreslehrplan eines Faches wird in einen Fachlernplan umgearbeitet, der von den Schülern und Schülerinnen individuell durchlaufen wird. Innerhalb des Fachlernplans werden Aktivitätseinheiten, auch Meilensteine genannt, fixiert, die den Lernenden/ die Lernende unterstützen, sein/ ihr Ziel zu erreichen. In ihrer zeitlichen Eigendynamik widmen sich die Kinder den entsprechenden materialisierten Aufgaben bzw. Aktivitäten. Mit Hilfe eines anschaulichen Bildes, der Lernkarte (Abbildung 3), wird ein Narrativ gekoppelt und es werden positive Emotionen beim Kind erzeugt. Am Ende eines jeden Meilensteins erhält der Schüler bzw. die Schülerin durch die Lehrkraft eine sogenannte Standortbestimmung im Sinne einer Evaluation. Das gibt dem Kind und der Lehrkraft Rückmeldung auf das erreichte Lernziel innerhalb der Thematik. So „tummeln“ sich im „Mathemeer 2“ insgesamt 28 verschiedene und kompetenzorientierte Lernstandserhebungen und geben Reflexion über den aktuellen Ist-Stand eines jeden Kindes.

Abbildung 3: Lernkarte vom Mathemeer 2 mit Meilensteinen (Leonie Lichtinger, 2022, Zeichnung)

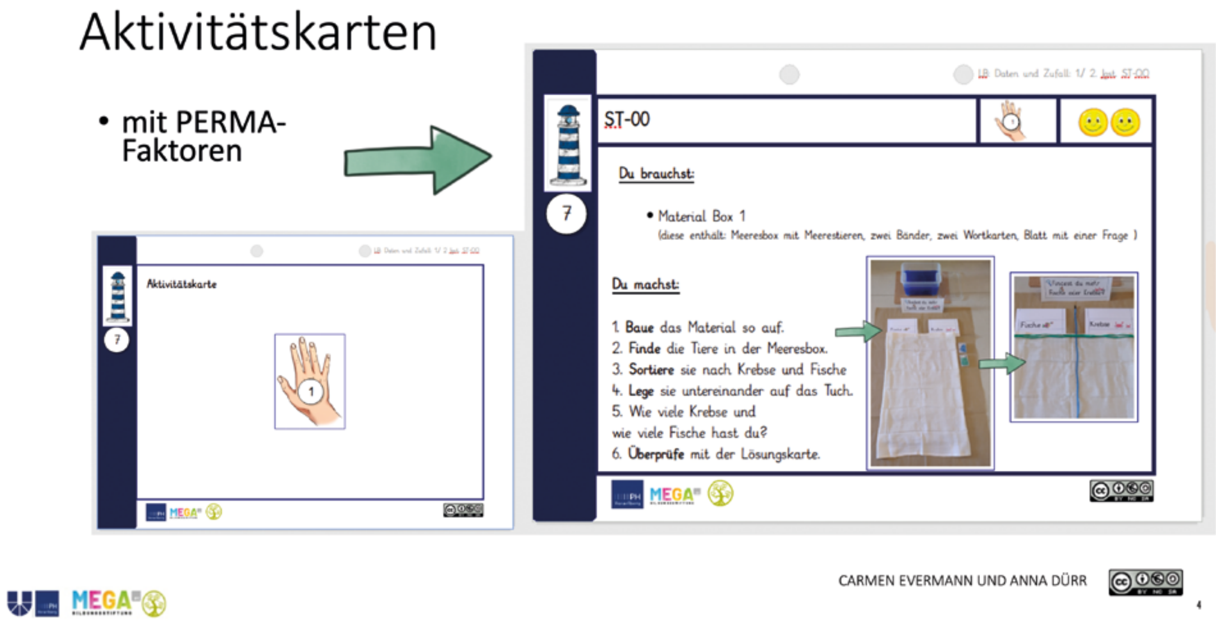


Abbildung 4: Aktivitätskarte (eigene Abbildung)

Lernfreude und Wohlbefinden im Mathemeer

Wir setzen die Segel und nehmen Kurs auf das Mathemeer. Ein kleiner Einblick in das „PERMA[lis] Mathemeer 2" soll Aufschluss über die Planung, Gestaltung und Evaluierung des Lernsystems für die 2. Jahrgangsstufe geben. Mit dem neuen Lehrplan für Mathematik im Gepäck profitieren die Schüler*innen von kompetenzorientierten Lerninhalten und einer effektiven Lernumgebung, die auf individuelle Lernprozesse zugeschnitten sind. „Mit einem Blick auf eine Vielfalt an Aufgaben, der Erschließung der Umwelt, den Gewinn von Kulturgut und somit Fähigkeiten und Fertigkeiten und vielem mehr, rückt das Bild der Mathematik in eine spannende erklärbare Welt. Mathematikunterricht ist somit viel mehr und erhält u.a. durch gute Aufgaben in einem guten Unterricht einen Mehrwert für jeden Einzelnen/jede Einzelne. Schüler*innen werden in ihrem individuellen Lernen unterstützt und motiviert, indem man sie ermutigt durch gute Hilfestellungen und Rückmeldungen. Damit ergibt sich ein Bezug zur Positiven Bildung im Sinne der Einbettung in den Fachunterricht. Mathematik kann Wohlbefinden unterstützen im Sinne der Faktoren Positive Emotionen (P) und Engagement (E)." (Lichtinger, Evermann, Lermer, 2021). Ein weiterer wichtiger Ansatz, den das Team von Mathemeer 2 berücksichtigt hat und den es zu nennen gilt: Gute mathematische Aufgaben können in der Primarstufe nicht nur das Fachwissen fördern, sondern auch Motivation, Engagement, Selbstvertrauen und Freude, sowie das Wachstumsdenken der Kinder stärken. Das wiederum treibt ihre Entwicklung und das Wissen um das eigene Können voran, schafft Selbstvertrauen in die eigenen mathematischen Kompetenzen. Die Faktoren Meaning (Sinn) und Accomplishment (Erfolg) werden aktiviert und Freude an mathematischen Inhalten stellt sich ein. Ein weiterer wichtiger Aspekt von vielen ist „Sie lernen den guten konstruktiven Umgang mit eigenen und fremden Fehlern sowie Schwierigkeiten und lernen dadurch im Konzept des Wachstumsdenken (Growth Mindset). Dies unterstützt sie im Durchhalten, wenn bestimmte Herausforderungen nicht sofort bzw. noch nicht bewältigt werden können (Dweck, 2017)." (Lichtinger, Evermann, Lermer, 2021). All diese eben beispielhaften Faktoren sind wichtig für das Wohlbefinden, die Freude an Mathematik und die persönliche Entwicklung der Schüler*innen, auch über den Mathematikunterricht hinaus (Lichtinger, 2021; vgl. auch Goetz et al., 2004).

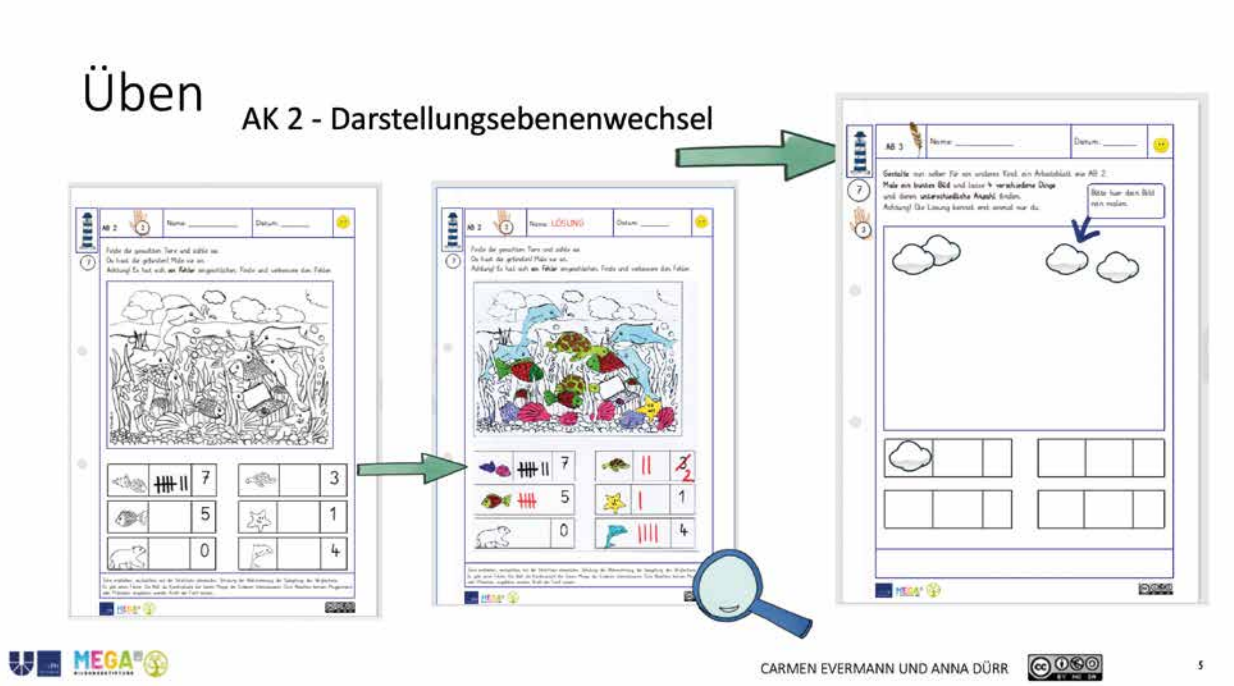


Abbildung 5: Arbeitsblätter mit Lösungen (eigene Abbildung)

Daraus ergibt sich: Ein guter, freudvoller und erfolgreicher Mathematikunterricht benötigt geeignete Aufgabenformate. Zudem erlauben differenzierte Fragestellungen auf unterschiedlichem mathematischem Niveaustufen, verschiedene Lösungswege und deren Argumentation sowie Diskussion auf fachlicher Ebene. So entwickelt sich eine grundlegende mathematische Bildung und deren Förderung. Diese eben angesprochenen Aufgabenformate gilt es zudem auch nach den drei Grundsätzen im Lernsystem zu etablieren. Denn nur so erfahren die Kinder im Handeln und dem aktiven Tun das Mathematikunterricht Freude bereiten kann. Bruner mit seinem EIS-Prinzip erhält hier ins „Mathemeer 2" einen gewichtigen Einzug.

Es sind drei Repräsentationsmodi Enaktiv, Ikonisch, Symbolisch verbunden mit einer Operativen Durchdringung, die hier im Fokus stehen, um einen individuellen Lernerfolg zu ermöglichen.

Abbildung 4 zeigt ein Beispiel für eine gute Aufgabe, die enaktiv gestaltet ist. Durch Handeln und Erfahrung sowie durch aktives Ausprobieren wird diese gelöst und ein Verständnis baut sich bei den Lernenden auf. Es schließt sich – wie in Abbildung 5 dargestellt - ein ikonischer und symbolischer Prozess für das Durchdringen des mathematischen Phänomens für den Schüler/ die Schülerin an. Anhand der Verwendung von Bildern und visuellen Darstellungen, werden komplexe Konstrukte verständlicher und zugänglicher gemacht (Käpnik, 2014). Dabei erfolgt die Darstellung in Form von Bildern oder Symbolen (ikonische Ebene). Auch die Verwendung und Übersetzung von und in Fachsprache, Schrift und mathematischen Symbolen dient dem Wissensaufbau (symbolische Ebene) (Hasemann & Gasteiger, 2020).

Mit der Verwendung des EIS- Prinzip im „PERMA^{lis} Mathemeer" kann Lernen effektiver, nachhaltiger und motivierender gestaltet werden. Dabei werden verschiedene Sinne und Lernstile berücksichtigt und auf individuelle Bedürfnisse eingegangen. Lernfreude am Fach Mathematik entwickeln, sichtbar und spürbar werden lassen durch guten Unterricht mit guten Aufgaben – so wird Mathematikunterricht Positive Bildung. (Lichtinger et al., 2021).

Unsere ersten empirischen Studien zeigen:

Angstfrei Mathematik lernen, Interesse an mathematischen Aufgabenstellungen entwickeln und erleben, dass dieses Unterrichtsfach Kindern Spaß machen kann, muss keine Utopie bleiben, sondern kann unseres Erachtens bei Beachtung bewährter didaktischer Prinzipien gelingen, wenn ein Unterrichtsklima des Wohlbefindens im Sinne von „PERMA" durchgehend gesichert wird.

Literaturverzeichnis

Amiras, L. (2014). Montessori und die zeitgenössische Mathematikdidaktik. Beiträge zum Mathematikunterricht, 1, 109–112.

Girg, R., Lichtinger, U., & Müller, T. (2012). Lernen mit Lernleitern: Unterrichten mit der MultiGradeMultiLevel-Methodology (MGML). Verlag Barbara Budrich.

Goetz, T., Pekrun, R., Zirngibl, A., Jullien, S., Kleine, M., Vom Hofe, R., & Blum, W. (2004). Leistung und emotionales Erleben im Fach Mathematik: Längsschnittliche MehrebenenanalysenAcademic Achievement and Emotions in Mathematics: A Longitudinal Multilevel Analysis Perspective. Zeitschrift für pädagogische Psychologie, 18(3/4), 201–212. https://doi.org/10.1024/1010-0652.18.34.201

Krauthausen, G. (2018). Einführung in die Mathematikdidaktik-Grundschule. Springer Spektrum.
https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5

Fredrickson, B. L. (2003). The value of positive emotions: The emerging science of positive psychology is coming to understand why it's good to feel good. American scientist, 91(4), 330–335. https://doi.org/10.1511/2003.26.330

Fredrickson, B. (2011). Positivity: Groundbreaking research to release your inner optimist and thrive. Oneworld.

Fredrickson, B. L. (2013). Positive emotions broaden and build. In Advances in experimental social psychology (Vol. 47, pp. 1–53). Academic Press.
https://doi.org/10.1016/B978-0-12-407236-7.00001-2

Hasemann, K. & Gasteiger, H., (2020). Mathematiklernen in der Schule. Anfangsunterricht Mathematik, 73–87.
https://doi.org/10.1007/978-3-662-61360-3_3

Käpnik, F. (2014). Mathematiklernen in der Grundschule. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I +II. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-642-37962-8

Lichtinger, U., & Höldrich, A. (2016). Lernlandschaften Deutsch 1/2-Buchstabenberge: Lernmaterial zum Lernen mit Lernleitern und Unterrichten mit der MultiGradeMultiLevel-Methodology (MGML). Roderer.

Lichtinger, U. (2021). Flourishing - Wohlbefinden und höhere Leistungen in der Schule. Starke Lehrer - Starke Schule, 46.
https://doi.org/10.1007/978-3-658-39763-0_1

Lichtinger, U., Evermann, C., Lermer, S. (2021). PERMA-lis: Lernen mit System und Wohlbefinden am Beispiel des Mathemeer-Konzepts. Starke Lehrer-starke Schule.

Lichtinger, U. (2022). Wohlbefinden mit PERMA als Herzstück. In Positive Bildung: Wohlbefinden UND Leistung in der Schule (S. 12–23). Springer Fachmedien.
https://doi.org/10.1007/978-3-658-39763-0_3

Lichtinger, U., & Rigger, U. (2022). Schule wird gelingen mit Flourishing SE.: Das Praxishandbuch der Positiven Schulentwicklung. Carl Link.
https://doi.org/10.1007/978-3-658-37035-0

Müller, T., Lichtinger, U., & Girg, R. (2015). The MultiGradeMultiLevel-Methodology and its Global Significance: Ladders of Learning–Scientific Horizons–Teacher Education. Verlag Barbara Budrich.
https://doi.org/10.2307/j.ctvm20222

Nakamura, J., & Csikszentmihalyi, M. (2009). Flow Theory and Research. In C. R. Snyder & S. J. Lopez (Eds.), Oxford library of psychology. Oxford handbook of positive psychology (2nd ed., pp. 195–206). Oxford Univ. Press. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780195187243.013.0018

Pliquet, V., Selter, C., & Korten, L. (2017). Aufgaben adaptieren. Gemeinsames Mathematiklernen anregen und individuelle Lernfortschritte ermöglichen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen (S. 34–45).

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2001). On happiness and human potentials: A review of research on hedonic and eudaimonic well- being. Annual review of psychology, 52(1), 141–166.
https://doi.org/10.1146/annurev.psych.52.1.141

Seligman, M. E. (2011). Flourish: A visionary new understanding of happiness and well-being. Simon and Schuster.

Schnell, T. (2016). Psychologie des Lebenssinns. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-48922-2

Empirische Forschung

Lernen mathematischer Ideen mit programmierbaren Robotern aus der Perspektive der Lernenden

Ergebnisse einer qualitativen Studie zu einer Unterrichtsreihe in einer Schulklasse der Praxismittelschule der Pädagogischen Hochschule Salzburg

Simon Plangg

Der Einsatz von programmierbaren Robotern bietet die Möglichkeit für die Gestaltung eines motivierenden und sinnstiftenden Mathematikunterrichts, der mit den grundlegenden Konzepten der Informatik verknüpft ist. Die Erfahrungen, welche die Lernenden in einem Mathematikunterricht unter Verwendung derartiger Werkzeuge machen, steht im Mittelpunkt dieses Beitrags. Hierfür wurde eine Unterrichtsreihe zu unterschiedlichen mathematischen Themen in einer Klasse der Praxismittelschule der Pädagogischen Hochschule Salzburg erprobt. Daten wurden mit einem schriftlichen Rückmeldebogen erhoben und anschließend mittels thematischer Analyse qualitativ analysiert. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass ein derartiger Unterricht aus der Perspektive der Lernenden grundsätzlich als attraktiv eingestuft werden kann. Hierfür zuträgliche Aspekte sind aus der Sicht der Lernenden insbesondere das eigenständige Arbeiten mit einem Roboter, das Programmieren, eine problemorientierte Herangehensweise, die ein Arbeiten auf unterschiedlichem Anforderungsniveau ermöglicht, flexible Unterstützungsmaßnahmen, ein gewisses Ausmaß an Selbstbestimmung, die Zusammenarbeit in Kleingruppen, Aufgaben die einen „Spiel-Charakter" aufweisen wie auch eine adäquate Gestaltung der Arbeitsbedingungen.

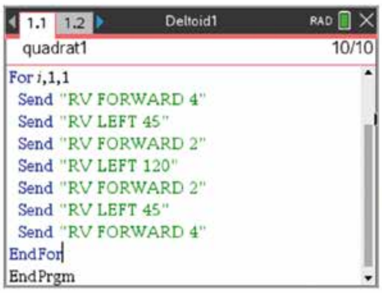
Schlagwörter: Einsatz von Robotern, Programmieren, Mathematikunterricht

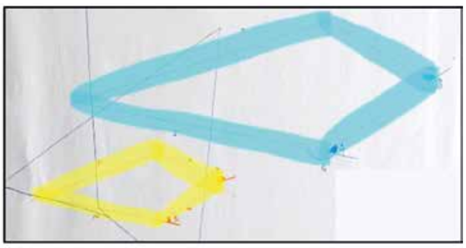
Einleitung, Fragestellung und Hintergrund

Innovation und technologische Entwicklung treiben einen raschen digitalen Wandel voran und verändern Gesellschaft und Arbeitsmarkt sowie die Anforderungen an eine vollständige Teilhabe in diesen Bereichen (Europäische Kommission, 2020). Demnach sollte im Bildungssystem ein besonderer Fokus auf den Erwerb von Wissen und die Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten in den Bereichen Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik gelegt werden (Europäische Union, 2018). Dabei ist es wichtig, die Verbindungen zwischen den genannten Fächern zu berücksichtigen und den Lernenden zu ermöglichen, Erfahrungen im Bereich der künstlichen Intelligenz oder im Umgang mit Robotern zu sammeln (Europäische Union, 2019). Die Informatik und ihre Konzepte spielen dabei eine wichtige Rolle. Seit geraumer Zeit haben bildungspolitische Initiativen, die informatiknahe Konzepte wie „Computational Thinking" (Wing, 2006) in das Bildungssystem integrieren, deutlich an Relevanz gewonnen und in vielen Ländern zu Lehrplanreformen geführt (Hsu et al., 2019). Auf der Ebene des österreichischen Schulsystems spiegelt sich diese Entwicklung im Bereich der Sekundarstufe im Lehrplan des Pflichtgegenstandes "Digitale Grundbildung" wider. Im Rahmen des Kompetenzbereichs „Produktion" geht es unter anderem auch darum, Algorithmen zu entwerfen und zu programmieren (BMBWF, 2023b). Im Bereich der Primarstufe wird dieser Bereich in den Lehrplan zum Sachunterricht im „Technischen Kompetenzbereich" zumindest in Ansätzen verankert (BMBWF, 2023a). Gleichzeitig wird der Einsatz von Robotern für unterrichtliche Zwecke – im englischen Sprachgebrauch „Educational robitics" (ER) – zusehends als innovativer Ansatz gesehen, der das Lernen verändern und in vielfältigen Kontexten unterstützen kann (Atman Uslu et al., 2022). Es besteht die begründete Aussicht, dass die Integration von Robotern in den Unterricht einen fruchtbaren fächerübergreifenden pädagogischen Ansatz für die MINT-Bildung darstellt (McDonald, 2016). Interessen und Einstellungen für diese Fächer können damit maßgeblich verbessert werden (Burack et al., 2019; Chang & Chen, 2020). Zudem zeigt sich, dass gerade auch bei jüngeren Lernenden mit diesen Werkzeugen das mathematische und naturwissenschaftliche Verständnis (Sáez-López et al., 2019) sowie die Fähigkeiten zur Problemlösung verbessert werden kann (Cherniak et al., 2019). Problematisch erscheint jedoch, dass die Mathematik als MINT-Disziplin, welche die grundlegende Bedeutung der Mathematik anerkennt, in solchen Studien dennoch deutlich unterrepräsentiert ist (Martín-Páez et al., 2019). Unter dem Titel *"The M in STEM what is it really?"* weist Lance Coad (2016) auf die folgenden Gefahren in diesem Zusammenhang hin: Mathematik könnte in MINT-Aktivitäten zu einem Werkzeug der Datendarstellung degradiert werden oder so in MINT-Aktivitäten integriert werden, dass weder ein Verständnis noch eine Anwendung von Mathematik erwartet wird. Eine solche Rolle der Mathematik ist eindeutig weder zielführend noch wünschenswert. Der in der hier vorgestellten Unterrichtsreihe verfolgte Ansatz trägt dieser Entwicklung Rechnung und versucht, ausgehend von einem mathematischen Thema eine Brücke zur Informatik zu schlagen. Das übergeordnete Ziel dabei ist es, das Potential von programmierbaren Robotern für den Mathematikunterricht zu untersuchen. Das geförderte Bildungslaborprojekt „Lernen mathematischer Ideen mit expressiven digitalen Medien“[1] sowie weitere zugeordnete Forschungs- und Kooperationsprojekte an der pädagogischen Hochschule Salzburg[2] stellen den Rahmen für die Arbeit mit diesen Werkzeugen an Schulen dar. In diesem Beitrag geht es um die Perspektive der beteiligten Lernenden, ganz konkret um die Frage: Welche Erfahrungen machen Lernende mit einem programmierbaren Roboter in einem entdeckend-problemorientierten Mathematikunterricht? Für diesen Zweck wurden Unterrichtseinheiten zu bestimmten auch im Mathematiklehrplan verankerten Themen entwickelt und sodann in einer Schulklasse der Praxismittelschule der Pädagogischen Hochschule Salzburg erprobt. Beim eingesetzten Roboter handelt es sich um den TI Innovator Rover (Abbildung 1, links), einen mobilen programmierbaren Roboter, der über einen Programmeditor auf dem angeschlossenen Handheld gesteuert wird. Über ein komfortables Menü können Kontrollstrukturen wie Schleifen oder Fahrbefehle wie Vorwärts- oder Drehbefehle (Abbildung 1, mittig) eingefügt werden.

Das gezeigte Programm ist in der Programmiersprache TI-Basic implementiert, wobei mittlerweile Python verfügbar ist und für sämtliche fortgesetzte Projekte eingesetzt wird. Es zeigt die Realisierung zur näherungsweisen Konstruktion eines Deltoids durch eine Gruppe von Schüler*innen im Rahmen der 3. Einheit der Unterrichtsreihe. Die entsprechende Konstruktion ist in Abbildung 1 (rechts) zu sehen (Hervorhebung durch den Autor). Das Ziel bei dieser Aufgabe ist es, eine selbst gewählte ebene geometrische Figur mit Hilfe des Rovers zu zeichnen und dann diese in einem ebenfalls selbst gewählten Verhältnis zu verkleinern (siehe Abschnitt Unterrichtsaktivitäten). Die dargestellte Bearbeitung zeigt, dass die Schülerinnen, obwohl die Drehwinkelmaße aus mathematischer Sicht nicht völlig korrekt sind, zu einer akzeptablen Konstruktion führen und die Lernenden sehr wohl erkannt haben, dass die Seitenlängen im gewählten Verhältnis 1:2 zu verkleinern, die Drehwinkelmaße hingegen beizubehalten sind.

Für eine detaillierte Darstellung der theoretischen Hintergründe sei an dieser Stelle aus Platzgrün-





Abbildungen 1: TI Innovator Rover (links), ein Programmausschnitt für die näherungsweise Konstruktion eines Deltoids (mittig), Detailausschnitt des aufgezeichneten Weges des Rovers nach Hervorhebung durch den Autor (rechts)

den auf die Ausführungen in Plangg und Fuchs (2022) verwiesen. Lernen wird im Rahmen dieses Beitrags im Sinne des Konstruktivismus als ein aktiver, kumulativer und sozial vermittelter Konstruktionsprozess verstanden, im Zuge dessen die Lernenden aufbauend auf ihren Vorkenntnissen neue Begriffe konstruieren und ausdifferenzieren (Baumert & Köller, 2000). Daran knüpft auch der von Seymour Papert begründete Konstruktionismus an (Papert, 1980), welcher insbesondere durch die Aspekte Realitätsbezug und Personalisierung, Einsatz von expressiven digitalen Medien, Modellbilden, Abstraktion sowie Reflexion und Kollaboration charakterisiert werden kann (Brennan, 2015; Noss & Clayson, 2015). Die Schüler*innen bearbeiten in den hier diskutierten Einheiten die gegebenen Problemstellungen dieser Auffassung entsprechend eigenständig im eigenen Tempo, in Kleingruppen und unter Zuhilfenahme eines programmierbaren Roboters.

Methoden

Teilnehmer*innen und Sampling

Im Rahmen dieser Studie fand eine Unterrichtsreihe bestehend aus vier Einheiten im Zeitraum von 2020 bis 2021 an der Praxismittelschule der Pädagogischen Hochschule Salzburg statt. Eine einzelne Klasse bestehend aus 24 bzw. 25 Schüler*innen (12 bzw. 13 weiblich, 12 männlich) nahm an diesen Einheiten teil. Zum Zeitpunkt der 1. Einheit waren die Schüler*innen 11-12 Jahre alt und befanden sich in der 6. Schulstufe, bei der letzten Einheit hingegen in der 8. Schulstufe. Im Laufe dieser Zeit schied ein Schüler aus und ein Schüler wie auch eine Schülerin kamen neu dazu. Die Klasse wurde von der unterrichtenden Lehrkraft in Mathematik im Vergleich zu den anderen Klassen an der Schule als durchschnittlich leistungsfähig eingestuft und kann aufgrund der Schulform und der städtischen Lage als nicht überdurchschnittlich in Hinblick auf das Bildungssystem in Österreich eingeschätzt werden. Bei der Klasse handelt es sich um eine bereits bestehende Lerneinheit an der Schule, die aufgrund des Interesses der Lehrkraft für eine solche Intervention ausgewählt wurde. Die Schüler*innen hatten zum Zeitpunkt der 1. Einheit keine Erfahrung mit Robotern und Programmierung.

Unterrichtsaktivitäten

Zur Untersuchung der von den Lernenden gemachten Erfahrungen wurden Materialien für mehrere lehrplanmäßigen Themen entwickelt (Tab. 1).

Jede Einheit weist eine Dauer von einem Halbtag auf, wobei für die Einheiten 1, 3 und 4 die Schüler*innen auf zwei bzw. drei Halbtage aufgeteilt wurden und in den Räumlichkeiten der besagten Schule stattfanden. Die 2. Einheit wurde an der Pädagogischen Hochschule Salzburg abgehalten und fand mit der gesamten Klasse an einem Halbtag statt. In Summe arbeitete somit jede Schülerin und jeder Schüler vier Halbtage mit dem Rover. Eine weitere Einheit in dieser Klasse, die im April 2022 stattfand konnte bei dieser Analyse nicht mitberücksichtigt werden, da keine entsprechende Datenerhebung mittels

Tabelle 1: Bezeichnung und Thema der abgehaltenen Einheiten sowie Zeitpunkt und Ort der Abhaltung

Einheit	Thema	Zeitpunkt	Ort
1	Ebene geometrische Figuren	Februar 2020	Praxismittelschule
2	Kongruenzsätze im Dreieck	März 2020	PH Salzburg
3	Ähnlichkeit	Juni 2021	Praxismittelschule
4	Lineare Funktionen	Dezember 2021	Praxismittelschule

Tabelle 2: Aufgabenstellungen der 1. Einheit

Aufgabenstellungen	
Vor-Zurück-Fahren	Lasst den Rover zunächst 3 Einheiten vorwärtsfahren und ihn dann wieder zum Ausgangspunkt zurückkehren.
Rechteck	Lasst den Rover ein Rechteck fahren.
Gleichseitiges Dreieck	Lasst den Rover ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 4 Einheiten fahren.
Sechseck	Lasst den Rover ein Sechseck fahren.
Beliebiges Vieleck	Lasst den Rover ein Vieleck eurer Wahl fahren.

Rückmeldebogen (siehe Abschnitt Erhebungsinstrumente und Datenanalyse) erfolgt ist. Für die Arbeit in den jeweiligen Einheiten wurden die Lernenden in Tandems eingeteilt, wobei diese zunächst von der unterrichtenden Lehrkraft in Absprache mit den Lernenden festgelegt wurden und für sämtliche Einheiten nach Möglichkeit beibehalten wurden. In Einzelfällen wurden ab der 2. Einheit aufgrund von krankheitsbedingten Abwesenheiten oder Zu- und Abgängen von Schüler*innen zwangsläufig vereinzelt Gruppen neu zusammengestellt. Die Zusammensetzung von neun Tandems war über alle vier Einheiten hinweg ident. Bei einer einzigen Einheit musste eine Person ohne Partner*in arbeiten. Die Gesamtdauer der jeweiligen Einheiten betrug in etwa 3,5 Stunden. Der Beginn bestand jeweils aus einer kurzen Einführung durch den Projektleiter oder einer am Projekt beteiligten Studentin (4. Einheit) in den Ablauf der bevorstehenden Aktivität, einer kurzen Erläuterung der zu bedienenden Geräte und einer Erläuterung der Komponenten des Arbeitsplatzes. Es folgte eine erste Arbeitsphase von etwa einer Stunde mit einer anschließenden Pause von ca. 20 Minuten. Die Arbeit wurde sodann in einer weiteren Arbeitsphase von ca. 1,5 Stunden fortgesetzt, wobei nicht immer alle Tandems diese Zeit vollständig nutzten. In den Arbeitsphasen bearbeiteten die Tandems die vorgelegten Aufgabestellungen eigenständig und im eigenen Tempo. Für allfällige Fragen und Schwierigkeiten während der Arbeitsphasen stand mindestens eine Lehrkraft, im Regelfall zwei und zum Teil auch drei betreuende Personen zur Verfügung. Die Hilfestellungen durch diese Personen erfolgte nach dem Prinzip der minimalen Hilfen. Dieses besagt, dass in einem ersten Schritt lediglich Motivationshilfen, bei weiterem Bestehen der Schwierigkeiten Rückmeldehilfen wie auch strategische Hilfen und erst im Anschluss daran inhaltliche Hilfestellungen angeboten werden (Zech, 2002). Der Abschluss einer jeden Einheit bildete eine kurze Reflexion mit vorformulierten Fragen (ca. 20 min), die individuell und schriftlich durchgeführt wurde. Eine gemeinsame Reflexion im Plenum fand aus organisatorischen Gründen nicht mehr statt. Die Arbeitsplätze der einzelnen Tandems befanden sich auf dem Boden. Sie bestanden jeweils aus einer Zeichenfläche bestehend aus Plakaten, die auf dem Boden befestigt waren, farbigen Stiften, den Unterlagen mit den Aufgaben und einer Möglichkeit für Notizen, einem Audioaufnahmegerät, einer Sitzmatte oder -polsterung, einem Rover und in der 1. Einheit auch aus einem Tablet mit einer einführenden Schritt-für-Schritt-Anleitung zum Erlernen des Umgangs mit dem Rover. Ab der 2. Einheit wurde anstatt des Tablets ein Handout mit den wichtigsten Befehlen und Handhabungsschritten allen Tandems zur Verfügung gestellt. Bei der 2. Einheit hatten die Lernenden zudem ein Kartondreieck als Hilfestellung am Arbeitsplatz, um die mögliche Kongruenz zweier Dreiecke besser erkennen zu können.

Im Fokus der 1. Einheit stand das Erlernen des Umgangs mit dem Gerät und aus mathematischer Sicht das Zeichnen ebener regelmäßiger geometrischer Figuren (Tab. 2). Aus informatischer Sicht waren die Kontrollstrukturen Sequenz und

Wiederholung sowie informatische Praktiken wie Testen und Fehlersuche/Korrektur ein wesentlicher Bestandteil dieser und mehrheitlich auch der weiteren Einheiten.

Der mathematische Kern der 2. Einheit bildeten zwei ausgewählte Kongruenzsätze im Dreieck und zwar der SWS- und der WSW-Satz. Weiters wurden auch Variablen als Platzhalter für Zahlen von Seiten der Informatik und auch Mathematik im Rahmen dieser Einheit angedacht. Beispielhaft lautete eine erste Aufgabe dieser Einheit wie folgt:
„Lasst den Rover Dreiecke mit den folgenden Angaben zeichnen:
A1.1) c=6 RE, ß=45° und a=5 RE
A1.2) c=5 RE, ß=45° und a=6 RE
Variiert dabei die Startposition des Rovers!
Vergleicht die Dreiecke! Was fällt euch auf?
Das Kartondreieck kann euch dabei behilflich sein!“

Bei der 3. Einheit stehen ähnliche ebene geometrische Figuren im Mittelpunkt. Die letzte Aufgabenstellung dieser Einheit, für welche auch in Abbildung 1 (rechts) dieses Beitrags eine Schülerlösung abgebildet ist, lautete:
„Lasst den Rover eine andere Figur eurer Wahl zeichnen. Macht vorher eine Skizze und gebt an, um was für eine Figur es sich dabei handelt. Lasst den Rover die Figur zeichnen. Abspeichern nicht vergessen! Verkleinert die gezeichnete Figur mit Hilfe des Rovers in einem selbst gewählten Verhältnis und gebt dieses Verhältnis an. Beschriftet alle Seiten der gezeichneten Figuren mit den entsprechenden Seitenlängen aus den Programmen. Abspeichern unter einem anderen Namen nicht vergessen!“

Zu guter Letzt war das Thema der 4.Einheit die lineare Funktion. Eine Aufgabe, die den Schüler*innen positiv aufgefallen ist (siehe Abschnitt Aufgabenbezogene Erfahrungen), ist die Aufgabe „Schiffe“, die an das Spiel „Schiffe versenken“ angelehnt ist. Dabei handelt es sich um ein Spiel am Ende der Einheit, bei dem die Schüler*innen eines Tandems gegeneinander antreten und versuchen müssen durch Wahl der Parameter „k“ und „d“ der allgemeinen Funktionsvorschrift $f(x)=k \cdot x+d$ das Schiff des jeweils anderen mit Hilfe des Rovers zu finden. Für dieses Spiel verwenden die Schüler*innen ein bereits vorgefertigtes Programm am Rover. Während Spieler*in 1 die Position des eigenen Schiffs im Programm verdeckt eingibt, muss Spieler*in 2 durch Eingabe von „k“ und „d“ am Rover versuchen die Position des Schiffs ausfindig zu machen. Nach Eingabe von „k“ und „d“ am Rover fährt dieser in einem vorgefertigten Koordinatensystem auf einem Plakat ein Stück weit entlang des Graphen der zugehörigen linearen Funktion und zeigt am Ende am Display auch an, ob das Schiff bei dieser Routenwahl gefunden wurde oder auch nicht. Am Ende gewinnt diejenige Person, die weniger Versuche braucht, um das Schiff des anderen auf diese Weise zu finden. Diese Aufgabe wurde im Rahmen einer Bachelorarbeit an der Pädagogischen Hochschule Salzburg von Emma Gumpetsberger entwickelt und in der besagten Einheit auch erprobt.

Erhebungsinstrumente und Datenanalyse

Das Erhebungsinstrument zur Datengewinnung ist ein Rückmeldebogen. Dieser wurden im Anschluss an die Arbeitsphasen einer jeden Einheit schriftlich und in Einzelarbeit von sämtlichen Lernenden bearbeitet und abgegeben. Auf den jeweiligen Rückmeldebogen sind mehrere, offen gestellte Fragen vermerkt, zu denen die Schüler*innen etwas schreiben sollen. Die Lernenden wurden nicht gezwungen, sich zu jedem dieser Punkte zu äußern. Diese sollten vielmehr als Ideengeber für die Produktion des Textes dienen. Die Lernenden wurden angehalten, insgesamt zumindest eine halbe Seite zu schreiben. Im Regelfall wurde diese Vorgabe von den Lernenden eingehalten, teilweise wurde auch wesentlich mehr geschrieben. Aufgrund der zunehmenden Fülle an Fragen (siehe unten), haben nicht immer alle Lernenden zu sämtlichen Fragen etwas rückgemeldet. Die Absicht dieser Fragen ist es, die Lernenden möglichst frei von ihren Erlebnissen und Eindrücken des Vormittags berichten zu lassen. Die Zeitvorgabe hierfür waren 20 Minuten, wobei nicht immer alle das vorgegebene Zeitfenster zur Gänze ausschöpften. Die folgenden Fragen waren über die ersten drei Einheiten hinweg ident:

- Was hat dir besonders gut/weniger gut gefallen?
- Was hast du dabei gelernt?
- Welche Schwierigkeiten sind aufgetreten?
- Was würdest du dir für das nächste Mal wünschen?

Im Rahmen der 2. und 3. Einheit wurden noch die folgenden Fragen zusätzlich in den Rückmeldebogen integriert:
- Welche Strategien zur Bearbeitung/Lösung der Aufgaben hast du angewendet?
- Wie hast du die Unterstützung durch die Lehrkräfte und Unterlagen erlebt?
- Wie war die Zusammenarbeit mit deinem Partner/deiner Partnerin?

Bei der 4. Einheit wurde der Rückmeldebogen aufgrund der Einpassung dieses Instruments im Rahmen einer Abschlussarbeit teilweise auf Aufgabenaspekte fokussiert und nochmals weitere Fragen ergänzt:
- Welche Aufgaben haben dir besonders gut/weniger gut gefallen?
- Welche Aufgaben sind dir leicht gefallen und warum?
- Welche Aufgaben sind dir schwergefallen und warum?
- Haben dich die Aufgaben dazu motiviert noch mehr zu diesem Thema zu lernen?
- Würde dir eine weitere Stunde mit den Robotern zu einem anderen Thema gefallen? Wenn ja, warum?

Gleich geblieben im Rückmeldebogen zur 4. Einheit sind im Vergleich zu den übrigen Einheiten die folgenden Fragen:
- Wie hast du die Unterstützung durch die Lehrkräfte und Unterlagen erlebt?
- Wie war die Zusammenarbeit mit deinem Partner deiner Partnerin?
- Was würdest du dir für das nächste Mal wünschen?

Von drei Lernenden fehlt die entsprechende Rückmeldung zu einer Einheit, zwei bei der 2. Einheit und eine bei der 3. Einheit. Zwei Lernende haben jeweils nur zwei der vier Einheiten absolviert, sowie eine Person nur die letzte Einheit. Die Rückmeldungen von diesen Personen wurden von der Analyse ausgeschlossen. Vier Lernende haben drei der vier Einheiten absolviert und jeweils nur einmal gefehlt. Die von diesen Personen erhalten Rückmeldungen wurden in die Analyse einbezogen.

Die so erhobenen Daten wurden eingescannt und mit Hilfe der Software MAXQDA, einer Software für die professionelle sozialwissenschaftlich orientierte Datenanalyse, importiert, codiert und analysiert. Die Analyse orientiert sich dabei an der Methode der Thematischen Analyse nach Braun und Clarke (2006). Das Ziel dieser qualitativen Methode ist es, relevante Themen in Bezug auf die Fragestellung zu identifizieren und herauszuarbeiten. Dabei wurde eine induktiv geprägte Herangehensweise an die zu analysierenden Daten gewählt.

Ergebnisse

Im Rahmen der thematischen Analyse konnten sechs Themen unter dem Aspekt der Lernendenperspektive aus den erhobenen Daten rekonstruiert werden (Abbildung 2). Diese werden im Folgenden detaillierter dargestellt und mittels typischen Aussagen von Schüler*innen in Form von Zitaten veranschaulicht.

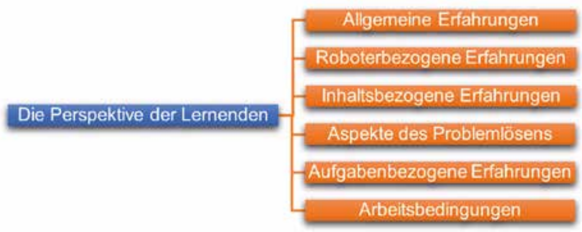


Abbildung 2: Die sechs rekonstruierten Themen aus den Schülerrückmeldungen zu den Einheiten

Allgemeine Erfahrungen

Die allgemeinen Erfahrungen sind fast ausschließlich positiv geprägt. Den allermeisten Lernenden haben die Einheiten gut bzw. sehr gut gefallen, sie hatten Spaß und wünschen sich häufig eine Wiederholung, so die Wahrnehmungen der Lernenden. Weitere häufig geäußerte Assoziationen zu den Einheiten sind lustig, interessant, spannend und cool.

„S: Ich würde das gerne noch einmal machen, weil es sehr viel Spaß gemacht hat." (1. Einheit)

Derartige Wahrnehmungen in den Rückmeldungen treten am häufigsten bei der ersten und am wenigsten bei der letzten Einheit auf. Sie betreffen mit einer einzigen Ausnahme alle Lernenden.

Einzelne Wahrnehmungen deuten auch auf negative Erfahrungen bei wenigen Lernenden hin. Diesbezügliche Assoziationen sind langweilig, nicht so gefallen, nichts Neues gelernt, wenig interessant und kein Spaß. Eine Person hat nach einer in der 1. Einheit noch positiven Erfahrung eine grundlegend ablehnende Haltung in zwei weiteren Rückmeldungen zum Ausdruck gebracht.
„S: Mir hat es nicht so gut gefallen, weil ich es langweilig finde." (2. Einheit)

Negativ geprägte allgemeine Wahrnehmungen treten vor allem bei der Rückmeldung zur letzten Einheit auf, bei der ersten Einheit hingegen gar nicht.

Roboterbezogene Erfahrungen
Das Thema der roboterbezogenen Erfahrungen stellt einen Zusammenhang mit dem verwendeten Werkzeug, dem Roboter her und wird von den Kategorien Positive Erfahrungen, Outcome, Schwierigkeiten und Strategien gebildet (Abb. 3).

Positive Erfahrungen mit dem Rover
Positive Erfahrungen der Lernenden im Rahmen der abgehaltenen Einheiten stehen häufig auch unmittelbar mit dem Rover in Zusammenhang, insbesondere mit dem Arbeiten mit dem Rover, dem Rover selbst, dem Programmieren des Rover wie auch der Funktions- und Verhaltensweise des Rover.
„S1: Mir hat besonders gut gefallen mit so einem Gerät zu arbeiten und zu lernen wie es funktioniert." (1. Einheit)

„S2: Mir hat es gefallen mit dem Rover wieder zu programmieren." (2. Einheit)

Über die vier Einheiten hinweg fällt dabei die 4. Einheit auf, bei der die Rückmeldungen etwas weniger derartige Wahrnehmungen aufweisen

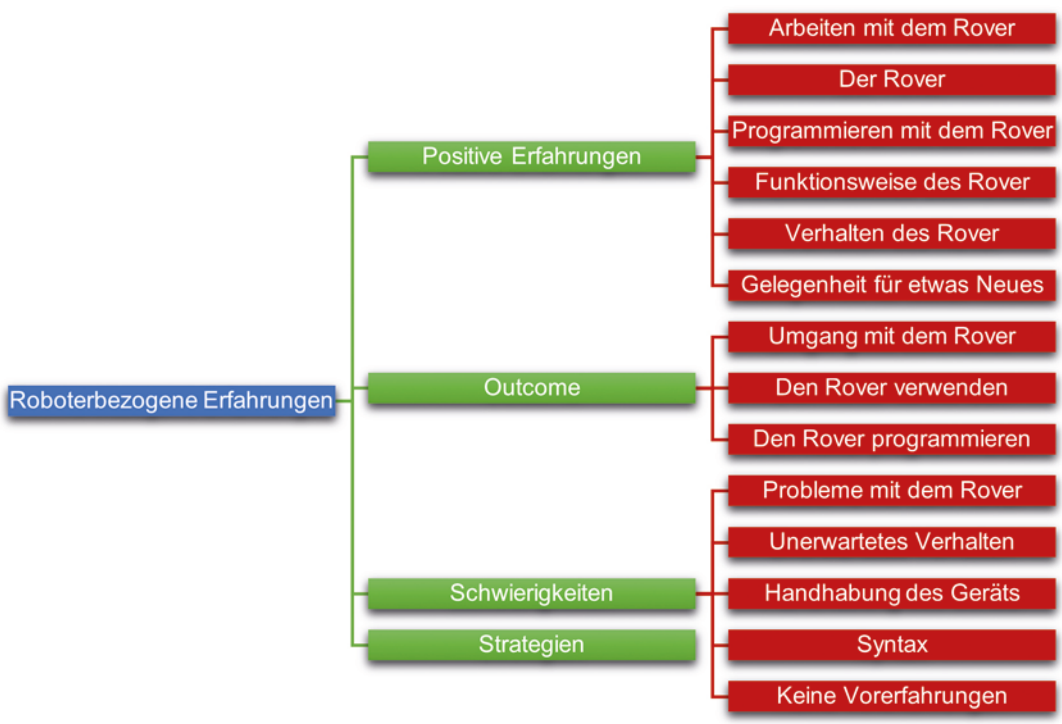


Abbildung 3: Übersicht der Kategorien und Codes zu den roboterbezogenen Erfahrungen

als die Rückmeldungen zu den restlichen Einheiten.

Eine einzelne Wahrnehmung nimmt auch explizit auf die empfundene Neuheit des Rovers Bezug.
„S3: Ich fand den Rover auch sehr interessant, weil ich noch nie so einen Gegenstand gesehen habe.“ (1. Einheit)

Outcome

Der Outcome aus der Sicht der Lernenden betrifft vor allem die Beherrschung des Umgangs mit dem Rover sowie den Rover für bestimmte Zwecke einsetzen und diesen auch programmieren zu können.
„S1: Ich habe gelernt wie man Sachen speichert oder umbenennen kann.“ (1. Einheit)
„S2: Ich habe dabei gelernt wie man mit dem Rover Dreiecke zeichnet.“ (2. Einheit)
„S3: Ich habe gelernt den Rover zu programmieren und ich kenne mich jetzt besser beim Rover aus als vorher.“ (3. Einheit)

Vor allem die Wahrnehmungen den Umgang mit dem Rover gelernt zu haben, treten bei der 1. Einheit gehäuft auf.

Schwierigkeiten

Auch die Wahrnehmung von Schwierigkeiten tritt bei der ersten Einheit häufiger auf als bei den anderen. Diese umfassen Probleme mit dem Rover, das häufig unerwartete Verhalten des Rovers, die Handhabung des Geräts, die Syntax wie auch die Feststellung, dass noch keine Vorerfahrungen zu diesem Gerät vorhanden sind.
„S1: Es sind Schwierigkeiten aufgetreten, weil sich der Rover immer ausgeschaltet hat.“ (1. Einheit)
„S2: Oft hat der Rover irgendetwas gemacht was wir nicht wollten, wie zum Beispiel sich durchgehend im Kreis zu drehen.“ (2. Einheit)
„S3: Am Anfang war das sehr schwer, weil ich nichts über diesen Rover wusste.“ (1. Einheit)

Die wahrgenommenen Schwierigkeiten treten ebenfalls vermehrt bei den Rückmeldungen zur ersten Einheit auf, die Aussagen zu den nicht vorhandenen Vorerfahrungen ausschließlich bei jenen zur ersten Einheit. Den Rückmeldungen der Lernenden entsprechend schließt das Auftreten von Schwierigkeiten eine positive Erfahrung mit dem Rover aber nicht aus.

Strategien

Als Strategien, die unmittelbar mit dem Roboter in Zusammenhang stehen und in der Wahrnehmung der Lernenden für die Problemlösung eingesetzt wurden, sind vor allem das Probieren und in zwei Fällen auch das sich Vorstellen der Fahrt des Roboters.
„S1: Es hat ein wenig gedauert bis wir die perfekten Grad hatten. Beim 20-Eck mussten wir herumprobieren, aber wir haben auch gerechnet.“ (1. Einheit)
„S2: Ich habe überlegt wie es aussehen könnte und dann hat es der Rover nachgefahren.“ (3. Einheit)

Inhaltsbezogene Erfahrungen

Die Rückmeldungen der Lernenden lassen auch auf inhaltsbezogene Erfahrungen schließen. Diese umfassen sowohl positiv als auch negativ prägte Wahrnehmungen, einen Outcome der sowohl mathematische als auch informatische Aspekte beinhaltet sowie Hinweise für zukünftige Inhalte (Abbildung 4).

Positive Erfahrungen

Positive Erfahrungen betreffen vor allem das Programmieren, in zwei Wahrnehmungen auch Figuren zu zeichnen (1. Einheit) und das Thema der Einheit selbst (4. Einheit).
„S1: Ich habe gelernt wie man richtig programmiert, ich finde das sehr interessant und spannend.“ (1. Einheit)
„S2: Mir hat das Zeichnen mit dem Rover sehr gut gefallen.“ (1. Einheit)
„S3: Mir würde noch eine Stunde mit dem Rover zu diesem Thema gefallen, weil ich finde, dass das das interessanteste Thema bis jetzt war.“ (3. Einheit)

Derartige Wahrnehmungen sind vermehrt in den Rückmeldungen zur 1. Einheit aufgetreten.

Negative Erfahrungen

Diesbezügliche Äußerungen, die auf negative Erfahrungen hinsichtlich der Inhalte schließen

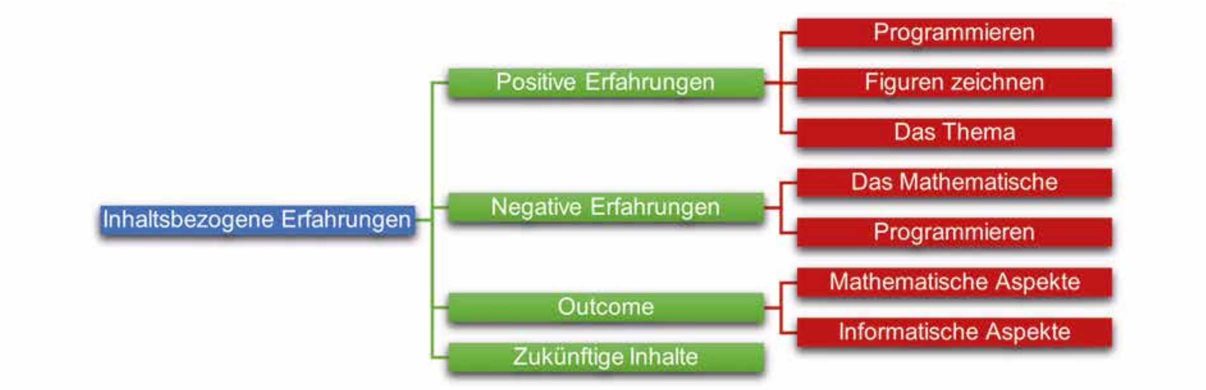


Abbildung 4: Übersicht der Kategorien und Codes zu den inhaltsbezogenen Erfahrungen

lassen, kommen vor allem in den Rückmeldungen zur 3. und 4. Einheit vor. Diese betreffen vor allem mathematische Tätigkeiten und Inhalte wie das Rechnen (3. Einheit) oder das Thema Dreiecke bzw. Vielecke (1. und 2. Einheit) und in drei einzelnen Fällen auch das Programmieren.
„S1: Mir hat das ganze Rechnen nicht so gut gefallen.“ (3. Einheit)
„S2: Ich würde etwas anderes machen als Mathematik.“ (4. Einheit)
„S3: Der Rover war sehr cool, nur das Programmieren war mit der Zeit nervig.“ (1. Einheit)

Outcome

Über alle vier Einheiten hinweg wurden von nahezu allen Lernenden mindestens einmal ein bestimmter inhaltlicher Outcome angeführt. Dieser betrifft aus der Sicht der Lernenden sowohl mathematische als auch informatische Aspekte. Aus mathematischer Sicht sind das für die 1. Einheit vereinzelte Wahrnehmungen Vielecke programmieren bzw. konstruieren zu können und in einem Fall auch wie man den Drehwinkel für ein regelmäßiges Vieleck berechnen kann, für die 2. Einheit die Erkenntnis, dass sich der Rover an den Eckpunkten des Dreiecks um den Außenwinkel dreht und in einem Fall wie dieser zu bestimmen ist und für die 4. Einheit das bessere Verstehen des Koordinatensystems und in einer einzelnen Wahrnehmung zudem für was das „k“ und das „d“ bei linearen Funktionen steht. Für die 3. Einheit sind keine diesbezüglichen Wahrnehmungen vorhanden.
„S: Am meisten hat mir Aufgabe 2 gefallen, weil ich da am meisten gelernt habe wie man die Koordinaten im Rover eingibt und wie das Koordinatensystem funktioniert.“ (4. Einheit)

Wahrnehmungen zu informatischen Aspekte betreffen in den meisten Fällen das Programmmieren im Allgemeinen und vereinzelt das Konzept der Wiederholung.
„S: Ich habe dabei vieles gelernt, zum Beispiel wie man eine Schliefe macht die Befehle wiederholt.“ (1. Einheit)

Zukünftige Inhalte

In einzelnen Wahrnehmungen werden von den Lernenden auch Ideen für zukünftige Inhalte gegeben. Diese betreffen in einem Fall den Rover in anderen Fächern einzusetzen, etwas noch cooleres zu zeichnen und ganz konkret auch das Thema Kreis. Eine einzelne Wahrnehmung ist allerdings auch dahingehend, dass weniger gezeichnet werden sollte. Eine weitere Person schlägt zudem das vermehrte Arbeiten mit Rover vor.

Aspekte des Problemlösens

Die Kategorie Aspekte des Problemlösens umfasst das Wahrnehmen einer Hürde, die sowohl mathematischer als auch informatischer Natur sein kann und die von den Lernenden berichteten Strategien zum Überwinden derartiger Hürden im Rahmen der Problemlösung (Abbildung 5).

Wahrnehmen einer Hürde

Das Wahrnehmen einer Hürde kommt in den Rückmeldungen der Lernenden zahlreich vor.
„S: Bei dem letzten Beispiel bei 3b hatte ich zuerst

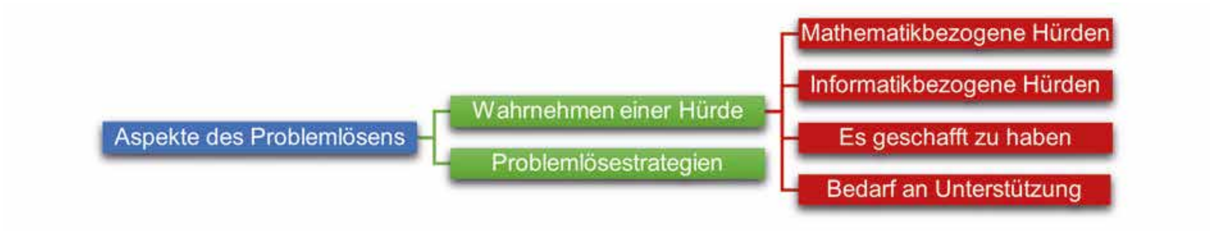


Abbildung 5: Übersicht der Kategorien und Codes zu den Aspekten des Problemlösens

Schwierigkeiten, weil ich zuerst nicht wusste wie man das macht.“ (4. Einheit)

Mathematikbezogene Hürden werden vom überwiegenden Teil der Lernenden genannt und betreffen vor allem den Umgang mit Brüchen und Verhältnissen (3. Einheit), das Zeichnen geometrischer Figuren (1. Einheit), Winkel und Längen (1. und 2. Einheit) wie auch das Berechnen von Größen (1. und 3. Einheit).
„S: Es war immer sehr schwer als da zum Beispiel 3/4 stand das auszurechnen.“ (3. Einheit)

Informatikbezogene Hürden dagegen werden nur vereinzelt genannt. Die Lernenden nehmen wahr, dass das Programmieren schwer zu lernen ist und sehr viel Zeit benötigt. Eine einzelne Wahrnehmung nimmt dabei auch direkten Bezug zum Konzept der Wiederholung.
„S: Eine Schwierigkeit ist aufgetreten beim ersten Versuch der Schleife, es war sehr schwer für mich zu verstehen wie die Schleife funktioniert.“ (1. Einheit)

In einzelnen Fällen wird von den Lernenden in Zusammenhang mit derartigen wahrgenommenen Hürden auch vom Überwinden von diesen berichtet, insbesondere auch davon, etwas geschafft zu haben und froh darüber zu sein.
„S: X und ich haben beim Sechseck eine halbe Stunde gebraucht und wir wollten schon aufgeben, aber dann haben wir 360:6=60 und ich habe es dann auch endlich geschafft. X und ich waren froh, dass wir es geschafft haben.“ (1. Einheit)

Einzelne Lernende berichten auch über den großen Bedarf an Hilfe durch die anwesenden Lehrpersonen.
„S: Die Lehrer mussten uns immer ein bisschen helfen damit wir weiterkommen.“ (2. Einheit)

Strategien

Die in den Rückmeldungen berichteten Strategien für die Problemlösung, die nicht unmittelbar mit dem Roboter in Zusammenhang stehen sind das Rechnen in erster Linie und mehrfach auch das Raten. In Einzelfällen wird von den Lernenden auch das Schätzen, das Lesen was zu tun ist sowie die Nutzung des Verstandes genannt.
„S: Also unsere Strategie ist zum Beispiel, steht da 45° und drehen also um ein Dreieck zu bekommen, musste man 45°+90°, weil es größer sein soll als 90° und kleiner sein soll als 180°.“ (2. Einheit)

Aufgabenbezogene Erfahrungen

Aufgabenbezogene Erfahrungen in den Einheiten betreffen aus der Sicht der Lernenden vor allem den wahrgenommenen Schwierigkeitsgrad der Aufgaben, positive Erfahrungen wie auch Kritik zu den Aufgabenstellungen (Abbildung 6).

Abbildung 6: Übersicht der Kategorien und Codes zu den aufgabenbezogenen Erfahrungen

In Hinblick auf die Schwierigkeit wird von einigen Lernenden vor allem die 2. Einheit aber auch Teile der 4. Einheit als schwierig bzw. zu schwierig wahrgenommen. Darüber hinaus gibt es auch einzelne Wahrnehmungen von Lernenden, dass die Aufgaben der 2. Einheit nicht zu schwierig waren bzw. die 3. Einheit mit Hilfe sehr leicht oder auch, dass die Aufgaben der 3. Einheit einen inhomogenen Schwierigkeitsgrad aufgewiesen haben.
„S: Ich wünsche mir für das nächste Mal, dass die Aufgaben nicht so kompliziert sind.“ (2. Einheit)

Positive Erfahrungen machen viele Lernenden mit der letzten Aufgabe der 4. Einheit, bei der es darum geht gegeneinander anzutreten und die Schiffe des anderen zu finden.
„S: Die Aufgabe 3 hat mir sehr gut gefallen, weil es Spaß gemacht hat gegen X zu spielen.“ (4. Einheit)

Zwei Lernende nehmen bei der 3. Einheit positiv wahr, dass sie bei der letzten Aufgabe dieser Einheit im Rahmen einer offenen Aufgabenstellung selbst eine Figur wählen konnten.
„S: Mir hat es am meisten gefallen als wir uns selber eine Figur aussuchen konnten und wir selber das richtige programmieren mussten.“ (3. Einheit)

Die Kritik hinsichtlich der Aufgabenstellungen bezieht sich im Wesentlichen auf die Beschreibung der Aufgabenstellungen und das vor allem bei der 4., aber auch 3. Einheit.

„S: Ich würde mir wünschen, dass die Fragen einfacher formuliert werden, weil ich nichts verstanden habe.“ (4. Einheit)

Zwei weitere Wahrnehmungen betreffen auch den Wunsch, mehr Freiraum bei den Aufgaben zu bekommen. Zwei Lernende kritisieren bei der 4., Einheit auch, dass Erklärungen zu schreiben sind bzw. zahlreiche Fragen beantwortet werden müssen. Zwei weitere Lernende würden sich zudem kürzere Aufgaben (4. Einheit) bzw. weniger Lesearbeit (2. Einheit) wünschen.

Arbeitsbedingungen

Die Wahrnehmungen der Lernenden zu den Arbeitsbedingungen während der Einheiten umfassen sowohl positive als kritische Aspekte, die Unterstützung durch die Materialien und die Lehrkräfte wie auch die Zusammenarbeit in den jeweiligen Kleingruppen (Abbildung 7).

Positive Aspekte

In den Rückmeldungen äußern sich einige Lernende positiv gegenüber der Arbeit in Kleingruppen in Form von Tandems. Allerdings gibt es auch die Wahrnehmung von Lernenden, dass sie gerne in größeren Gruppen, insbesondere in Dreier bzw. Vierergruppen, arbeiten würden. Eine Wahrnehmung nennt hierfür den Grund, dass so eine ganz bestimmte Person zur bestehenden Gruppe hinzukommen könnte.

Darüber hinaus nehmen einige Lernenden auch die Selbststeuerung im Arbeiten während der Einheiten positiv wahr.

Abbildung 7: Übersicht der Kategorien und Codes zu den Arbeitsbedingungen

„S: Mir hat am meisten gefallen, dass wir wieder ganz alleine arbeiten durften." (2. Einheit)

Eine weitere positive Wahrnehmung von einigen Lernenden ab der 2. Einheit ist, dass genügend Zeichenfläche vorhanden war. Dies wurde von mehreren Lernenden in der Rückmeldung zur 1. Einheit kritisiert.

Einzelne Wahrnehmungen betreffen auch die letzte Einheit. In dieser Hinsicht ist das gegeneinander antreten dürfen bei einem Spiel von zwei Lernenden positiv angemerkt worden. Eine Einzelwahrnehmung zur 4. Einheit ist auch, dass mit dem Rover zu arbeiten interaktiver ist als eine normale Mathematikstunde.
„S: Ich würde mich freuen weitere Stunden mit dem Rover zu haben, weil es interaktiver ist wie eine normale Mathestunde." (4. Einheit)

Kritik

Kritische Aspekte, die von den Lernenden angemerkt wurden, sind vor allem bei der 1. Einheit, die zu kleine Zeichenfläche, wie auch ab der 2. Einheit bestimmte Gruppenphänomene (siehe positive Aspekte). Darüber hinaus gibt es auch Einzelwahrnehmungen, die das Arbeiten mit einer bestimmten Person einfordern, dass der/die Partner*in aus der letzten Einheit abhandengekommen ist, wie auch der Wunsch nach der Zusammenarbeit mit dem/der gewohnten Partner*in geäußert wird.

Darüber hinaus wird von einige Lernenden, zunehmend bei der 4. Einheit eine nicht ausreichende Sitzgelegenheit bemängelt. Zwei Personen kritisieren auch den Klassenraum (3. Einheit), wobei eine Person einen größeren Raum für das nächste Mal fordert. Auch wird von drei Personen, zum Teil über mehrere Einheiten hinweg die Audioaufzeichnung der Gruppengespräche während der Arbeitsphasen kritisiert.

Während drei Lernende eine zu lange Arbeitszeit wahrnehmen und damit einhergehend eine nachlassende Konzentration, zunehmende Müdigkeit und der Wunsch nach mehr Pausenzeit anführen (3. und 4. Einheit), fordert eine weitere Person mehr Zeit zum Arbeiten (1. Einheit).

Unterstützung

Der Großteil der Lernenden nimmt die Unterstützung während der Einheiten positiv wahr. Damit assoziierte Beschreibungen umfassen gut bzw. sehr gut, Erleichterung, so viel Hilfe wie gebraucht, dickes Lob. Bezieht sich die Beschreibung direkt auf die Unterstützung durch die Lehrkräfte so nehmen der überwiegende Teil der Lernenden die Unterstützung als wirkliche Hilfe wahr.
„S: Die Lehrkräfte haben viele Sachen sehr gut erklärt." (4. Einheit)

Im Gegensatz dazu hat eine einzelne Person die Unterstützung durch die Lehrkräfte im Rahmen von zwei Einheiten als zu wenig umfassend wahrgenommen und im Rahmen einer dieser Einheiten stark kritisiert.
„S1: Ich würde mir sehr wünschen […] und dass der Lehrer auch mal was hilft wenn wir eine Frage haben und nicht nur sagt, ja ihr müsst da drauf drücken sondern es uns zeigt und nicht immer weggeht, wenn wir noch eine Frage haben!" (2. Einheit)

Die Unterlagen wurden von einigen Lernenden als ausreichend, hilfreich, klar und verständlich wie auch nützlich charakterisiert. Eine Wahrnehmung ist auch dahingegen, dass die Sachen am Tablet verständlich vorgezeigt wurden.
„S: Mir hat es gut gefallen, dass alles am Tablet verständlich vorgezeigt wurde." (1. Einheit)

Zusammenarbeit

Die Zusammenarbeit mit dem Partner/der Partnerin wurde von allen Lernenden zumindest einmal positiv in einer der Rückmeldungen vermerkt, häufig auch mehrfach. Die wesentlichen Assoziationen dazu sind gemeinschaftliches Arbeiten, sehr gute Zusammenarbeit, super Team, ein gutes Verstehen im Team, Spaß mit dem/der Partner*in Partner, lustig und nett.
„S: Ich finde, dass ich und meine Partnerin (X) ein sehr gutes Team waren, weil bei einer Aufgabe wusste ich mehr und bei einer anderen sie." (2. Einheit)

Negative Äußerungen hinsichtlich der Zusammenarbeit in der Gruppe sind weitaus weniger

häufig aufgetreten. Diese umfassen insbesondere in zwei Fällen der Wunsch nach einem neuen Partner/einer neuen Partnerin und in einem Fall der Wunsch alleine arbeiten zu wollen. Einzelne Wahrnehmungen sind auch dahingehend, dass die Arbeitsaufteilung innerhalb der Gruppe nicht funktioniert hat, wie auch dass die Zusammenarbeit mit dem/der Partner*in von der Arbeit abgelenkt hat bzw. der/die Partner*in von der Arbeit abgelenkt war.
„S: Ich und X haben sehr schlecht miteinander gearbeitet, weil er die ganze Zeit mit Stiften geworfen hat." (2. Einheit)

Interpretation und Diskussion

Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen, dass die beteiligten Lernenden im Rahmen der vier abgehaltenen Einheiten zahlreiche positive Eindrücke gewinnen konnten (siehe Abschnitt Allgemeine Erfahrungen). Dabei spielt auch der eingesetzte Roboter eine Rolle, da viele positive Äußerungen der Lernenden explizit in Zusammenhang mit dem Rover stehen (siehe Abschnitt Roboterbezogene Erfahrungen). Weil sämtliche Lernende der besagten Klasse vorher noch nie mit so einem Gerät gearbeitet haben, ist davon auszugehen, dass auch der Roboter als solcher zu einer gesteigerten positiven Wahrnehmung der besagten Einheiten geführt hat. Damit in Verbindung steht auch die mehrheitlich positiv wahrgenommene Erfahrung des Programmierens (siehe Abschnitt Inhaltsbezogene Erfahrungen). Dass die Integration von Robotern in den Unterricht zu mehr Interesse an Naturwissenschaft oder Mathematik, insbesondere auch am Programmieren führen kann, zeigen beispielsweise auch Chang und Chen (2020) im Rahmen einer Studie auf. Über das Programmieren hinaus, weisen die Ergebnisse zu den Rückmeldungen der Lernenden darauf hin, dass die inhaltliche Ausrichtung der Einheiten einen Einfluss auf die Wahrnehmung durch die Lernenden hat. Das Zeichnen von Figuren im Rahmen der 1. Einheit und das Thema der 4. Einheit wird von je zwei Lernenden als positiv herausgestellt, während von mehreren Lernenden das „Mathematische" an den Einheiten wie das Rechnen mit einer negativen Erfahrung assoziiert wird (siehe Abschnitt Inhaltsbezogene Erfahrungen). Wenn im Unterricht ein adäquates Bild von Mathematik – Mathematik in Form einer geistigen Schöpfung des Menschen, eines Modells zur abstrakten Beschreibung von Sachverhalten oder einer Technik zur Lösung von Problemstellungen (vgl. Winter, 1995) – an die Lernenden herangetragen werden soll, so wird es auch in einem Unterricht mit programmierbaren Robotern zumindest phasenweise darum gehen, ohne auszuprobieren oder abzumessen eine Lösung zu finden, zu bestätigen oder zu widerlegen. So zeigt sich aufgrund der innewohnenden Ungenauigkeit des Geräts beispielsweise beim Zeichnen eines 20-Ecks, dass der Drehwinkel, welcher mit dem Rover zu einem vernünftigen Ergebnis führt, nicht exakt jener ist, welcher mit rein mathematischen Überlegungen beispielsweise mit Hilfe einer Rechnung gewonnen wird. Um die Sinnhaftigkeit des Lernens von (mathematischen) Begriffen in den Vordergrund zu rücken, sind jedenfalls eine verstärkte Problemorientierung oder auch Kontextgebundenheit naheliegend (vgl. Aebli, 1981). Dies wurde auch im Rahmen von weiteren Einheiten an anderen Schulen versucht umzusetzen, indem beispielsweise in einer Klasse der 6. Schulstufe das Koordinatensystem als zu lernender mathematischer Inhalt in das alltagsrelevante Phänomen der Lokalisation (vgl. Freudenthal, 1983) eingebettet wurde. Der problemorientierte Anteil der Einheiten hat bei zahlreichen Lernenden auch zum Wahrnehmen einer Vielzahl von Hürden bewirkt (siehe Abschnitt Aspekte des Problemlösens). Die Überwindung dieser Hürden hat in einigen Fällen sodann auch zum positiven Eindruck „etwas geschafft zu haben" geführt (siehe Abschnitt Aspekte des Problemlösens), was ein für das Problemlösen bekanntes Phänomen darstellt (vgl. Debellis & Goldin, 2006). Ein problemorientierter Charakter mit differenziertem Anforderungsniveau erscheint folglich in dieser Hinsicht als vorteilhaft. Einige Lernende erachten die 2. Einheit und Teile der 4. Einheit als schwierig bzw. zu schwierig, sodass diese Teile in dieser Hinsicht wenig adäquat erscheinen, zumindest für diese Lerngruppe. Die flexible Unterstützung durch die Lehrkräfte ist in solchen Fällen besonders wichtig (vgl. Polya, 1945) und wird von den Lernenden fast ausschließlich positiv wahrgenommen (siehe Abschnitt Arbeitsbedingungen). In dieser Hinsicht zeigen auch Mareike Kunter und Voss (2011) im Zuge des COACTIV-Projekts für den Mathematikunterricht auf, dass eine konstruktive persönliche Unterstützung der Lernenden eine verstärkende Wirkung auf die Freude an Mathematik sowie eine hemmende Wirkung auf die Leistungsängstlichkeit hat. Der Wunsch nach mehr Freiraum bei den Aufgaben wie auch die positive Wahrnehmung des selbstgesteuerten Arbeitens von einigen Lernenden weist zudem darauf hin, dass ein gewisser Grad an Selbstbestimmung in den Einheiten von Bedeutung für ein positives Erleben in einem derartigen Unterricht ist (siehe Abschnitt Aufgabenbezogene Erfahrungen). Nach Reich (2010) ist Selbstbestimmung im Lernprozess ein wichtiger Faktor konstruktivistischer Sichtweisen auf Lernen. Zudem sind intrinsische Verhaltensweisen auf gewisse Art und Weise auch abhängig von einem Autonomieerleben (Deci & Ryan, 1993). Hinsichtlich der Zusammenarbeit in Gruppen scheinen den Ergebnissen entsprechend Kleingruppen ebenfalls mit einem gewissen Mitbestimmungsrecht der Lernenden über die Gruppenzusammensetzung und -größe vorteilhaft (siehe Abschnitt Arbeitsbedingungen). Damit wird ebenfalls dem Bedürfnis der sozialen Eingebundenheit als eine wichtige Bedingung für die Entwicklung von Motivation (Deci & Ryan, 1993) Rechnung getragen. Zudem nehmen die Lernenden Aufgaben die einen „Spiel-Charakter" habe positiv wahr (siehe Abschnitt 3.5). In diesem Zusammenhang zeigen Festus und Awogbemi (2012) ebenfalls auf, dass spielartige Situationen im Mathematikunterricht ein Potential zur Motivierung der Lernenden sowie zum Wecken von Interesse und Begeisterung für Mathematik in sich tragen. Nicht zuletzt sind auch die Arbeitsbedingungen, insbesondere die verfügbaren Sitzgelegenheiten, die Beschaffenheit der Räumlichkeiten wie auch eine ausgewogene Taktung zwischen Arbeitsphasen und Pausen für die Lernenden von Bedeutung (siehe Abschnitt Arbeitsbedingungen). Damit werden von den Lernenden bekannte Merkmale guten Unterrichts (vgl. Meyer, 2016), wie die adäquate Rythmisierung des Unterrichtsablaufs sowie eine vorbereitete Lernumgebung, die auch eine funktionale Einrichtung umfasst, adressiert.

Fazit

In Summe zeigt sich, dass ein Mathematikunterricht in dem ein programmierbarer Roboter eingesetzt wird aus der Perspektive der Lernenden attraktiv ist bzw. sein kann. Hierfür zuträgliche Aspekte sind insbesondere das eigenständige Arbeiten mit einem Roboter, das Programmieren bzw. das Programmieren zu lernen und damit nicht nur mathematische Inhalte und Tätigkeiten in die Einheiten zu integrieren, eine problemorientierte Herangehensweise, die ein Arbeiten auf unterschiedlichem Anforderungsniveau ermöglicht, eine flexible Unterstützung durch Unterlagen, Hilfsmittel und Lehrkräfte, ein gewisses Ausmaß an Selbstbestimmung im Rahmen von offenen Aufgaben und Selbststeuerung beim Arbeiten, die Zusammenarbeit in Kleingruppen mit einem gewissen Mitbestimmungsrecht der Lernenden über die Gruppenzusammensetzung und -größe, Aufgaben die einen „Spiel-Charakter" haben, wie auch eine adäquate Gestaltung der Arbeitsbedingungen, insbesondere genügend und bequeme Sitzgelegenheiten, genügend große Räumlichkeiten sowie eine ausgewogene Taktung zwischen Arbeitsphasen und Pausen.

Für eine mögliche Charakterisierung eines Mathematikunterrichts mit derartigen technologischen Hilfsmitteln im Vergleich zu einem Unterricht ohne diesen, kann die Wahrnehmung einer Lernenden zur 4. Einheit als Ausgangspunkt herangezogen werden, die besagt, dass die Einheiten mit dem Rover interaktiver sind als der normale Mathematikunterricht (siehe Abschnitt Arbeitsbedingungen). Das wechselseitige Beziehen und aufeinander Reagieren mit einem derartigen Werkzeug, sprich das Verhalten des Roboters sich vorzustellen, zu versprachlichen, zu programmieren, zu testen, das tatsächliche Verhalten des Roboters zu interpretieren, um dann in der Regel wiederum von Neuem zu beginnen und das Verhalten des Roboters zu korrigieren, stellt eine Interaktion dar, welche für einen „gewöhnlichen" Unterricht, der grundlegend auf Schulbuch, Heft und Taschenrechner basiert im Regelfall nicht in diesem Ausmaß zutrifft. „Interaktiv" kann in dieser Hinsicht aber auch als soziale Interaktion aufgefasst werden und bedeutet dann ein verstärktes Interagieren mit Menschen, insbesondere anderen Lernenden im Rahmen des Lernprozesses und geht vermutlich über ein gelenktes Lehrer-Schüler-Gespräch und gelegentlichen Gruppenarbeiten hinaus. Dieser Punkt, aber auch die weiteren von den Lernenden wahrgenommenen Aspekte, wie ausgewogene Inhalte und Tätigkeiten, problemorientierter Charakter, innere Differenzierung, eine flexible Unterstützung, Selbst- bzw. Mitbestimmung der Lernenden sowie eine adäquate Ausgestaltung der Arbeitsbedingungen, betreffen die Lernumgebung im Allgemeinen und sind nicht per se mit dem Einsatz eines programmierbaren Roboters verknüpft. Der Roboter allein macht somit den Unterricht auch aus der Sicht der Lernenden nicht in jedem Fall attraktiver oder besser, sondern es bedarf auch hier der Berücksichtigung wesentlicher Aspekte guten Unterrichts.

Endnote

[1] https://salzburger-bildungslabore.at/
[2] https://www.inter-di-ko.net/

Literatur

Aebli, H. (1981). Denken: das Ordnen des Tuns. Denkprozesse: Bd. 2. Klett-Cotta.

Atman Uslu, N., Yavuz, G. Ö. & Koçak Usluel, Y. (2022). A systematic review study on educational robotics and robots. Interactive Learning Environments, 1–25. https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2023890

Baumert, J. & Köller, O. (2000). Unterrichtsgestaltung, verständnisvolles Lernen und multiple Zielerreichung im Mathematik- und Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe. In J. Baumert (Hrsg.), TIMSS-III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. 2. Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe (Bd. 2, S. 271–315). Leske u. Budrich. https://doi.org/10.1007/978-3-322-83411-9

BMBWF. (2023a). Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der Volksschule und Sonderschulen, der Verordnung über die Lehrpläne für Minderheiten-Volksschulen und für den Unterricht in Minderheitensprachen in Volksschulen, der Verordnung über die Lehrpläne der Mittelschulen und der Verordnung über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen; Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht: BGBl. II Nr. 1/2023 Anlage A zu Art. 1. https://www.ris.bka.gv.at/eli/bgbl/II/2023/1

BMBWF. (2023b). Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen, Fassung vom 20.05.2023. https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. Qualitative Research in Psychology, 3(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Brennan, K. (2015). Beyond Technocentrism: Supporting Constructionism in the Classroom. Constructivist Foundations, 10(3), 289–304.

Burack, C., Melchior, A. & Hoover, M. (2019). Do After-School Robotics Programs Expand the Pipeline into STEM Majors in College? Journal of Pre-College Engineering Education Research (J-PEER), 9(2), 7. https://doi.org/10.7771/2157-9288.1244

Chang, C.-C. & Chen, Y. (2020). Cognition, Attitude, and Interest in Cross-Disciplinary i-STEM Robotics Curriculum Developed by Thematic Integration Approaches of Webbed and Threaded Models: a Concurrent Embedded Mixed Methods Study. Journal of Science Education and Technology, 29(5), 622–634. https://doi.org/10.1007/s10956-020-09841-9

Cherniak, S., Lee, K., Cho, E. & Jung, S. E. (2019). Child-identified problems and their robotic solutions. Journal of Early Childhood Research, 17(4), 347–360. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4

Debellis, V. A. & Goldin, G. A. (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. Educational Studies in Mathematics, 63(2), 131–147. http://www.jstor.org/stable/25472118

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik [The theory of self-determination of motivation and its relevance to pedagogics]. Zeitschrift für Pädagogik, 39(2), 223–238.

Europäische Kommission. (2020). Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions: Digital Education Action Plan 2021–2027 – Resetting education and training for the digital age. https://eur-lex.europa.eu/legal-content/DE/TXT/PDF/?uri=CELEX:52020DC0624

Europäische Union (2018). Amtsblatt C 189. Mitteilungen und Bekanntmachungen. 61. Jahrgang.

Europäische Union (2019). Key Competences For Lifelong Learning. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

Festus, A. & Awogbemi, C. (2012). The Development and Use of Mathematical Games in Schools. Mathematical Theory and Modeling, 2(8), 10–15.

Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Reidel.

Hsu, Y.-C., Irie, N. R. & Ching, Y.-H. (2019). Computational Thinking Educational Policy Initiatives (CTEPI) Across the Globe. TechTrends, 63(3), 260–270. https://doi.org/10.1007/s11528-019-00384-4

Kunter, M. & Voss, T. (2011). Das Modell der Unterrichtsqualität in COACTIV: Eine multikriteriale Analyse. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), Professionelle Kompetenzen von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV (S. 85–113). Waxmann. https://doi.org/10.31244/9783830974338

Lance Coad (2016). The M in STEM what is it really? The Australian Mathematics Teacher, 72(2), 4–6.

Martín-Páez, T., Aguilera, D., Perales-Palacios, F. J. & Vílchez-González, J. M. (2019). What are we talking about when we talk about STEM education? A review of literature. Science Education, 103(4), 799–822. https://doi.org/10.1002/sce.21522

McDonald, C. V. (2016). STEM Education: A Review of the Contribution of the Disciplines of Science, Technology, Engineering and Mathematics. Science Education International, 27(4), 530–569.

Meyer, H. (2016). Was ist guter Unterricht? (11. Aufl.). Cornelsen Scriptor.

Noss, R. & Clayson, J. (2015). Reconstructing Constructionism. Constructivist Foundations, 10(3), 285–288.

Papert, S. (1980). Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas. Basic Books.

Plangg, S. & Fuchs, K. J. (2022). A Gender-related analysis of a robots' math class. International Journal for Technology in Mathematics Education, 29(3).

Polya, G. (1945). How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. University Press. https://doi.org/10.1515/9781400828678

Reich, K. (2010). Systemisch-konstruktivistische Pädagogik: Einführung in die Grundlagen einer interaktionistisch-konstruktivistischen Pädagogik (6. Aufl.). Beltz Pädagogik.

Sáez-López, J.-M., Sevillano-García, M.-L. & Vazquez-Cano, E. (2019). The effect of programming on primary school students' mathematical and scientific understanding: educational use of mBot. Educational Technology Research and Development, 67(6), 1405–1425. https://doi.org/10.1007/s11423-019-09648-5

Wing, J. M. (2006). Computional Thinking. Communications of the ACM, 49(3), 33–35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik(61), 37–46.

Zech, F. (2002). Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Beltz.

Kann eine positive Fehlerkultur im Unterricht die Unterrichtsbeteiligung von Schülerinnen und Schülern unterstützen?

Melina Bleiner, Johanna Brüser, Larissa Erhart, Lisa-Maria Laninschegg, Linda Kristin Maschler, Pius Spiegel & Jana Groß Ophoff (Lehrveranstaltungsleiterin)

Einleitung

Fehler- und lückenhaft erworbenes Wissen sowie damit einhergehende Irrtümer führen im Idealfall zur Erkenntnis, dass etwas nicht so ist, wie zuerst angenommen wurde, was ein wichtiges Lernmoment darstellen kann (Käfer, 2022b). Jedoch stellen Mindnich et al. (2008) fest, dass es selten zu produktiven Fehlerdiskussionen im Klassenzimmer kommt. Insbesondere in naturwissenschaftlichen Fächern oder in der Mathematik (MINT), in welchen Aufgabenstellungen oft eine sehr hohe Komplexität aufweisen, wird dies den Schüler*innen nicht zugetraut, sondern die Aufarbeitung von Fehlern Schritt für Schritt von der Lehrperson heruntergebrochen und in weniger anspruchsvolle und mehr geschlossene Fragen umformuliert (Heinze, 2004). In einer Studie von Heinze wurden beispielsweise im Mathematikunterricht pro Stunde im Durchschnitt 54 Fragen gezählt (ohne dass viele Fehler gemacht wurden). Aufgetretene Fehler wurden meist direkt durch die Lehrperson oder durch Mitschüler*innen richtiggestellt, während praktisch keine Zeit für eine eigene Reflexion zur Genese von sog. negativem Wissen (Oser et al., 1999) gelassen wurde (Heinze, 2004). Ziel sollte es stattdessen sein, dass Fehler nicht nur für unmittelbar Beteiligte eine Lerngelegenheit darstellen, sondern dies für die gesamte Lerngruppe konstruktiv genutzt wird (Käfer, 2022b). Damit verbunden ist die Erwartung, dass eine positive Fehlerkultur, in der also Fehler konstruktiv zum Lernanlass genommen werden, auch zu mehr Unterrichtsbeteiligung der Schüler*innen führt. Auch wenn mittlerweile zahlreiche Publikationen zum Thema Unterrichtsgestaltung und -qualität in den MINT-Fächern v.a. aus dem anglo-amerikanischen Raum, und vereinzelt aus Deutschland vorliegen (Dorfner et al., 2017), stehen Befunde aus Österreich aus. Ziel der vorgestellten Studierendenforschung war es daher, den Zusammenhang zwischen der Art des Umgangs mit Fehlern im Unterricht (sog. Fehlerkultur) und der Unterrichtsbeteiligung von Schüler*innen zu untersuchen, und zwar exemplarisch anhand von Unterrichtsbeobachtungen im MINT-Unterricht in der Sekundarstufe 2.

Theoretischer Hintergrund und Stand der Forschung

Das Verhalten im Umgang mit Fehlern (sog. *Fehlerkultur*) hat sich zunehmend gewandelt von einer oberflächlichen, reaktiven Kultur der Schuldzuweisung hin zu einer systemanalytischen, proaktiven Sicherheitskultur mit vorurteilsfreiem Umgang mit Fehlern (Holzer et al., 2005; Spychiger et al., 1999) und ist ein Ausdruck von unterrichtlicher Lernorientierung (Spychiger et al., 2006). Jedoch wurde in der eigenen Studie der Autor*innen deutlich, dass Schüler*innen in der Schule zwar keine besondere Angst haben, Fehler zu machen, aber auch nicht komplett furchtlos davor sind. Dies ordnen Spychiger et al. (2006) dahin gehend ein, dass „ein gewisses Mass an Angst zur Hinwendung zum Fehler führt und die Anstrengung zur richtigen Lösung fördert" (S. 89), während „erst hohe Ausprägungen [...] sich dysfunktional auf die Leistung" (ebd.) auswirken dürften. Maßgeblich dafür, wie mit Fehlern im Unterricht umgegangen wird, sind die Lehrpersonen, wobei sich eine Lernorientierung eher in Reaktionen wie der gemeinsamen Diskussion von (fehlerhaften) Schüler*innenantworten, aber auch einem Nachhaken oder der Korrektur von Falschantworten ausdrückt. Spögler (2022) spricht diesbezüglich von hoher Feedbackqualität. Dagegen werden Reaktionen wie ein Verneinen oder Ignorieren von fehlerhaften Antworten oder gar ein Bloßstellen als Feedback mit niedriger Qualität (ebd.) gehandelt.

Speziell eine rege *Unterrichtsbeteiligung* interpretieren Spychiger et al. (2006) als Indikator für ein positives Unterrichtsklima. Die Beteiligung von Schüler*innen äußert sich dabei insbesondere durch ein Aufzeigen oder Rausrufen während des Unterrichtsgesprächs, wobei mit Jansen et al. (2022) weiter unterschieden werden kann, ob die Beteiligung schüler*innengesteuert oder lehrkraftgesteuert ist: Erstere zeichnet sich dadurch aus, dass die Unterrichtsbeteiligung durch die Lernenden eigeninitiiert ist. Eine lehrkraftgesteuerte Beteiligung liegt dagegen vor, wenn v.a. die Lehrperson das Unterrichtsgespräch steuert und entscheidet, welche Schüler*innen das Rederecht erhalten. Es konnte jedoch wiederholt aufgezeigt werden, dass die Mehrheit der Lernenden i.d.R. wenig bis gar nicht am Unterricht teilnehmen (Caspi et al., 2008). Dies steht im Widerspruch dazu, dass ein effektiver Lernprozess v.a. dann stattfindet, wenn sowohl Lehrende als auch Lernende interagieren und sich aktiv an den Lernaktivitäten beteiligen (u.a. Abdullah et al., 2012).

In dem vorgestellten Studierendenprojekt sollte vor diesem Hintergrund der Frage nachgegangen werden, inwiefern die vorherrschende Fehlerkultur in Zusammenhang mit der Unterrichtsbeteiligung der Schüler*innen steht.

Methoden

Die vorgestellte Studie wurde zwischen Dezember 2022 und Januar 2023 an fünf Vorarlberger Schulen durch die Teilnehmer*innen des Seminars „Bildungslaboratorium" (Leitung: Prof. Dr. J. Groß Ophoff) an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg durchgeführt.

Stichprobe

Insgesamt wurde der Unterricht in 19 Schulklassen (379 Schüler*innen, durchschnittliche Klassenstärke: 20 Schüler*innen) beobachtet und zwar in den folgenden MINT-Fächern: Mathematik: 12 Klassen, Biologie: 6 Klassen, Physik: 1 Klasse. Mit acht Beobachtungen fanden die meisten in der zehnten Schulstufe statt, weitere fünf in der neunten bzw. elften Schulstufe, sowie eine in der zwölften Schulstufe. Der Fokus der Beobachtung lag auf den Unterrichtsphasen mit Unterrichtsgesprächen, da diese viele Interaktionsmöglichkeiten zwischen Lehrperson und Schüler*innen bieten und in den naturwissenschaftlichen Fächern die dominierende Unterrichtsform darstellen (Jansen et al., 2022). Insofern ist es wenig überraschend, dass in den beobachteten Stunden im Durchschnitt 38 ± 7 Minuten im Unterrichtsgespräch gelernt wurde. Es fanden also mehr als 80 Prozent des beobachteten Unterrichts lehrerzentriert statt.

Beobachtungsbögen und Analyseeinheiten

Um die Unterrichtsbeteiligung der Lernenden mit der vorliegenden Fehlerkultur im Klassenzimmer bzw. in der spezifischen Lernsituation in Verbindung bringen zu können, wurde ein Beobachtungsbogen im Rahmen der Lehrveranstaltung entworfen und eingesetzt. Die Beobachtungskategorien zur *Fehlerkultur* bilden v.a. die Lehrerreaktionen auf Fehler der Lernenden ab, wofür acht Kategorien (incl. Sonstiges) unterschieden wurden: Als Formen positiver Fehlerkultur wurden die (A) Diskussion von (fehlerhaften) Schüler*innenantworten aufgefasst, ferner das (B) Nachhaken, aber auch die (C) Korrektur von Falschantworten. Während die Weitergabe von der Frage bei falscher Antwort durch den/die Schüler*in als eher neutrale Fehlerkultur (D) gewertet wurde, wurden Reaktionen wie (E) Verneinen und (F) Ignorieren, besonders aber (G) Bloßstellen als negative Fehlerkultur aufgefasst. Für die *Unterrichtsbeteiligung* wurden vier Arten unterschieden: (1) Aufzeigen und nicht drangenommen werden, (2) Aufzeigen und drangenommen werden, (3) ohne Aufzeigen drangenommen werden, (4) Rausrufen. Bei den Arten (1), (2) und (4) wurde zusätzlich noch zwischen lehrer- und schülerinitiierter Beteiligung unterschieden: Wenn es vorab eine Aufforderung der Lehrperson gab, wie beispielsweise eine Frage, so wurde dies als lehrerinitiiert gewertet, andernfalls als schülerinitiiert.

Auswertungsvorgehen

Die Daten wurden zunächst deskriptivstatistisch separat für die Fehlerkultur und die Unterrichtsbeteiligung ausgewertet. Speziell aus den Reaktionen der Lehrperson auf falsche Antworten während der Unterrichtseinheit wurde weiterführend ein Fehlerkultur-Score gebildet, indem die prozentuale Häufigkeit der durch die oben genannten Kategorien operationalisierten Reaktionen auf Fehler wie folgt gewichtet und addiert wurde: Als besonders negativ wurde die Kategorie Bloßstellen/Beschämen mit einem Faktor von -1 gewichtet. Die Kategorien Ignorieren des Fehlers und Verneinen der Schülerantwort wurden ebenfalls negativ mit einem Faktor von -0.5 gewichtet.

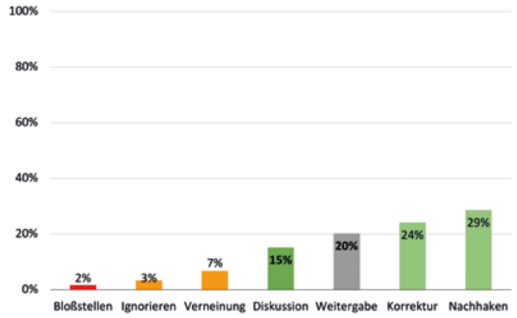


Abbildung 1: Prozentualer Anteil der Reaktionen auf Fehler (N = 178 Beobachtungen, d.h. ca. 9 Reaktionen pro Unterrichtsstunde; eigene Darstellung)

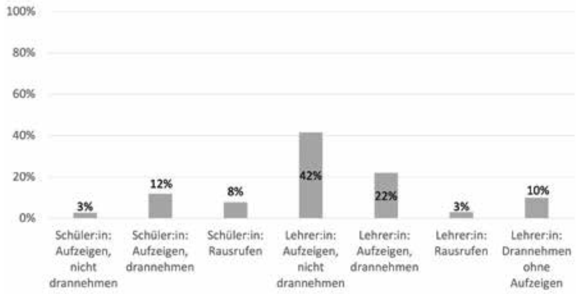


*Abbildung 2: Prozentualer Anteil der Beteiligungsformen durch die Schüler*innen (N = 1027, d.h. ca. 54 Beteiligungen pro Unterrichtsstunde; eigene Darstellung)*

Die Weitergabe der Frage an andere Schüler*innen wurde neutral gewertet (Gewichtung mit Faktor 0, geht nicht in die Berechnung ein). Sowohl Korrigieren und Nachhaken bzw. Diskussion wird positiv bzw. sehr positiv bewertet und mit einem Faktor von +0.5 bzw. +1 gewichtet. Somit ergibt sich ein maximaler Score von +100 und ein minimaler von -100.

Ergebnisse

In den beobachteten MINT-Unterrichtsstunden wurde im Durchschnitt v.a. bei Fehlern nachgehakt oder die Antwort korrigiert (siehe Abbildung 1, grüne Balken), während eher negativ zu wertende Reaktionen wie Verneinung, Ignorieren oder gar Bloßstellen (rote bzw. orange Balken) nicht in jeder Klasse vorgekommen sind.

Außerdem zeigt sich, dass die lehrerinitiierten Meldungen mit insgesamt 77 Prozent einen weitaus größeren Anteil im Unterricht ausgemacht haben als schülerinitiierte Meldungen mit 33 Prozent (Abbildung 2). Am häufigsten wurde ein lehrerinitiiertes Aufzeigen ohne Drannehmen aufgezeichnet. Dies steht in Verbindung damit, dass pro Frage i.d.R. nicht alle Aufzeigenden berücksichtigt werden. In 22 Prozent der beobachteten Unterrichtsbeteiligungen wurden Schüler*innen drangenommen, nachdem sie aufgezeigt hatten. Deutlich seltener wurden Schüler*innen aufgerufen, nachdem sie eigeninitiativ aufgezeigt oder nicht aufgezeigt hatten.

In der ersten Spalte der Korrelationstabelle (Tabelle 1) ist als weitere Variable die dokumentierte Dauer des Unterrichtsgesprächs (grau) mit den Indikatoren für die Unterrichtsbeteiligung (obere Hälfte) und die Fehlerkultur (untere Hälfte) korreliert. Ebenso wurde der Score der Fehlerkultur (grau) mit allen Variablen korreliert. Insgesamt zeigt sich, dass längere Unterrichtsgespräche, auch wenn sie den Raum dafür bieten könnten, eher mit weniger Korrekturen von Fehlern einhergehen (r = -,47). Für den Fehlerkultur-Score ergibt sich eine negative Korrelation mit einer Unterrichtsbeteiligung in der Form, dass bei einer positiven Fehlerkultur Schüler*innen seltener ohne vorheriges Aufzeigen drangenommen werden (r = -,85). In dem grün hinterlegten Bereich von Tabelle 1 sind die spezifischen Formen der Unterrichtsbeteiligung und der Fehlerkultur korreliert. Hierfür findet sich für das Drannehmen ohne vorheriges Aufzeigen ein positiver Zusammenhang mit einem Nachhaken (r = ,89) bzw. auch Bloßstellen (r = ,58) als konkrete verwendete Formen der Fehlerkultur. Das Ignorieren von Fehlern, was ebenfalls als weniger günstig eingestuft wurde, scheint v.a. mit lehrerinitiiertem Aufzeigen mit Drannehmen (r = ,49) bzw. Rausrufen (r = ,55) zu korrelieren. Wenn Lehrpersonen bei Fehlern nachhaken, werden Aufzeigende schließlich seltener (r = ,50) drangenommen.

Tabelle 1: Korrelation zwischen Kategorien der Unterrichtsbeteiligung und der Fehlerkultur im Unterricht

	Dauer	SZ1	SZ2	SZ3	LZ1	LZ2	LZ3	LZ4	FK_Blo	FK_Ign	FK_Nach	FK_Vern	FK_Korr	FK_Weiter	FK_Disk
Schüler*in: Aufzeigen, nicht drannehmen (SZ1)	,19	–													
Schüler*in: Aufzeigen, drannehmen (SZ2)	,04	,35	–												
Schüler*in: Rausrufen (SZ3)	-,08	,26	,06	–											
Lehrer*in: Aufzeigen, nicht drannehmen (LZ1)	-,20	,25	-,06	**,66**	–										
Lehrer*in: Aufzeigen, drannehmen (LZ2)	-,24	,18	-,07	,20	**,61**	–									
Lehrer*in: Rausrufen (LZ3)	-,07	,17	,11	,28	,42	,37	–								
Lehrer*in: Drannehmen ohne Aufzeigen (LZ4)	,15	-,22	-,18	,27	,29	,19	,11	–							
Bloßstellen (FK_Blo)	-,23	,21	,27	,35	,41	,33	,27	**,58**	–						
Ignorieren (FK_Ign)	-,17	,35	,21	,17	,38	**,49**	**,55**	-,19	,12	–					
Nachhaken (FK_Nach)	-,02	,05	-,05	,41	**,50**	,41	,37	**,89**	**,78**	,03	–				
Verneinung (FK_Vern)	,12	,02	,12	**-,69**	**-,64**	-,37	-,16	-,26	-,37	-,17	-,41	–			
Korrektur (FK_Korr)	**-,47**	,14	,06	,36	,27	,26	,04	-,35	-,18	**,51**	-,22	-,27	–		
Weitergabe (FK_Weiter)	-,31	,12	-,13	-,08	,29	,08	,06	-,25	,02	**,53**	-,14	-,08	,43	–	
Diskussion (FK_Disk)	,08	,16	,08	-,26	-,36	-,17	,00	,28	,13	-,12	,20	**,69**	-,27	-,15	–
Fehlerkultur Score	,03	,19	-,07	-,41	-,26	-,26	-,19	**-,85**	**-,59**	,24	**-,84**	,31	,18	**,47**	-,21

Anmerkung. Signifikante Korrelationen ($\alpha < ,05$; zweiseitige Testung) sind fett hervorgehoben.

Diskussion

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass auch in der hier untersuchten Gelegenheitsstichprobe von 19 MINT-Unterrichtsstunden an österreichischen Schulen der lehrzentrierte Unterricht dominiert, sich aber durchaus eine eher günstige Fehlerkultur des Korrigierens oder Nachhakens beobachten lässt, während Verneinen, Ignorieren oder sogar Bloßstellen eher selten zu sein scheinen. Aber ähnlich wie z.B. in der Studie von Seidel et al. (2006), wurde auch hier vergleichsweise selten beobachtet, dass Fehler mit der gesamten Klasse diskutiert wurden. Alles in Allem korrespondieren die vorliegenden Befunde damit, dass deutschsprachiger Mathematikunterricht meist als kleinschrittig fragend-entwickelndes und damit lehrerzentriertes Unterrichtsgespräch realisiert wird (Kuntze, 2009). Zugleich ging in der vorgestellten Studie Unterricht mit eher positiver Fehlerkultur einher mit seltenerem „willkürlichem“ Aufrufen seitens der Lehrperson, während sich für eine als wenig günstig eingeschätzte Form der Fehlerkultur kein so klares Ergebnismuster zeigt. Eine mögliche Erklärung hierfür könnte sein, dass die Pflichtschule in Österreich mit Abschluss des neunten Schuljahres als beendet gilt und die hier untersuchten Lernenden grundsätzlich eine erhöhte Lernbereitschaft besitzen und eine gewisse Kritikfähigkeit vorauszusetzen ist. Grundsätzlich gilt jedoch, so Käfer (2022a), dass ein von Angst und Scham dominierter Unterricht (vgl. Beobachtungskategorie Bloßstellen) abträglich für die Lernmotivation ist, sowie allenfalls ein eingeschränktes kognitives Aktivierungspotential hat (Kuntze, 2009). Traditionell unterliegt Unterricht in MINT-Fächern einem gewissen Zeitdruck und orientiert sich an typischen Unterrichtsskripts, die vermutlich zu wenig Raum geben für einen produktiven Umgang mit Fehlern (Kuntze et al., 2008) – stattdessen wäre die Schaffung eines speziellen schülerzentrierten Settings erforderlich. Um die hier beobachteten Effekte abzusichern, braucht es jedoch weiterführende Studien mit möglichst repräsentativen Stichproben und längsschnittlichen Untersuchungsdesigns.

Literatur

Abdullah, M. Y., Bakar, N. R. A. & Mahbob, M. H. (2012). Student's Participation in Classroom:What Motivates them to Speak up? Procedia – Social and Behavioral Sciences, 51, 516–522. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.08.199

Caspi, A., Chajut, E. & Saporta, K. (2008). Participation in class and in online discussions: Gender differences. Computers & Education, 50(3), 718–724. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2006.08.003

Dorfner, T., Förtsch, C. & Neuhaus, B. J. (2017). Die methodische und inhaltliche Ausrichtung quantitativer Videostudien zur Unterrichtsqualität im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 23(1), 261–285. https://doi.org/10.1007/s40573-017-0058-3

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. Journal für Mathematik-Didaktik, 25(3-4), 221–244. https://doi.org/10.1007/BF03339324

Holzer, E., Thomeczek, C, /Hauke, E., Conen, D., Hochreutener, M.A. (Hrsg.) (2005). Patientensicherheit: Leitfaden für den Umgang mit Risiken im Gesundheitswesen, Wien.

Jansen, N. C., Decristan, J. & Fauth, B. (2022). Individuelle Nutzung unterrichtlicher Angebote – Zur Bedeutung von Lernvoraussetzungen und Unterrichtsbeteiligung. Unterrichtswissenschaft, 50(2), 157–183. https://doi.org/10.1007/s42010-021-00141-8

Käfer, J. (2022a). Empirische Zugänge zum Umgang mit Fehlern im Unterricht. In J. Käfer (Hrsg.), Umgang mit Fehlern und seine Bedeutung für den Lernerfolg im Englischunterricht (S. 27–50). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-37342-9_4

Käfer, J. (2022b). Lernen aus Fehlern. In J. Käfer (Hrsg.), Umgang mit Fehlern und seine Bedeutung für den Lernerfolg im Englischunterricht (S. 5–14). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-37342-9_2

Kuntze, S. (2009). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln. mathematica didactica, 32, 3–30. https://doi.org/10.18716/ojs/md/2009.1088

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. Journal für Mathematik-Didaktik, 29(3-4), 199–222. https://doi.org/10.1007/BF03339062

Löber, N. (2012): „Fehler und Fehlerkultur im Krankenhaus. Eine theoretisch-konzeptionelle Betrachtung." Gabler-Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-8349-7106-7

Mindnich, A., Wuttke, E. & Seifried, J. (2008). Aus Fehlern wird man klug? : Eine Pilotstudie zur Typisierung von Fehlern und Fehlersituationen. In E.-M. Lankes (Hrsg.), Pädagogische Professionalität als Gegenstand empirischer Forschung. (S. 153–164). Waxmann.

Oser, F., Hascher, T., & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern Zur Psychologie des „negativen "Wissens. In Fehlerwelten: Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlaß des 60. Geburtstags von Fritz Oser (S. 11–41). VS Verlag für Sozialwissenschaften. https://doi.org/10.1007/978-3-663-07878-4_1

Seidel, T., Prenzel, M., Rimmele, R., Dalehefte, I. M., Herweg, C., Kobarg, M. & Schwindt, K. (2006). Blicke auf den Physikunterricht. Ergebnisse der IPN Videostudie. Zeitschrift für Pädagogik, 52(6), 799–821. https://doi.org/10.25656/01:4489

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T., & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In Fehlerwelten: Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlaß des 60. Geburtstags von Fritz Oser (S. 43–70). VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Spychiger, M., Kuster, R. & Oser, F. (2006). Dimensionen von Fehlerkultur in der Schule und deren Messung. Der Schülerfragebogen zur Fehlerkultur im Unterricht für Mittel- und Oberstufe. Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften, 28, 87–110. https://doi.org/10.24452/sjer.28.1.4720

Spögler, N. (2022). Umgang von Lehrpersonen mit SchülerInnenfehlern. Eine empirische Untersuchung an Handelsakademien in Tirol. Masterarbeit, Universität Innsbruck. https://digital.obvsg.at/ulbtirolhs/download/pdf/7951866

Didaktische Unterrichtskonzepte

FLINK in Mathe

Digitale Materialien fördern Motivation und Lernfreude in der Sekundarstufe 1

Edith Lindenbauer

*Freude an Mathematik – (wie) ist das möglich? Die verbreitete Vorstellung vom Angstfach Mathematik zeigt einen dringenden Handlungsbedarf auf. Die Entwicklung von dynamischer Mathematiksoftware ermöglicht hierbei neue Aspekte für den Mathematikunterricht und bietet somit Potenzial für einen positiven Einfluss auf die Lernfreude von Schüler*innen. In diesem Beitrag wird das Projekt „FLINK in Mathe" der Johannes Kepler Universität Linz vorgestellt, das Lehrkräfte bei der Integration digitaler Geräte im Mathematikunterricht unterstützen soll, welche in Österreich seit dem Schuljahr 2021/22 an Schüler*innen der 5. und 6. Schulstufe ausgegeben werden. In diesem Projekt werden für die Inhalte der Sekundarstufe 1 offene, digitale Materialien entwickelt. Durch eine sinnvolle Integration von Technologie zielen diese Materialien darauf ab, das mathematische Verständnis von Schüler*innen zu fördern, wobei die Voraussetzung erfüllt sein muss, dass durch den digitalen Charakter ein Mehrwert im Vergleich zu traditionellen Werkzeugen gegeben ist. Es werden die Struktur des Projekts sowie exemplarische digitale Materialien zu den Lernbereichen „Entdecken" und „Üben" von Inhalten der 5. Schulstufe vorgestellt und in einen evidenzbasierten Zusammenhang zu motivationalen Aspekten gestellt.*

Schlagwörter: Digitale Materialien, Mathematikunterricht, Sekundarstufe 1, Lernmotivation

Einleitung

Freude an Mathematik ist möglich, aber Studien belegen, dass die Lernfreude von Schülerinnen und Schülern gegen Ende der Volksschule und Beginn der Sekundarstufe abnimmt und in der weiteren Schullaufbahn nicht mehr zunimmt (Helmke, 1993). In der PISA-Studie 2012 mit dem Schwerpunkt Mathematik stellte sich heraus, dass im internationalen Vergleich die österreichischen Schülerinnen und Schüler nur wenig Freude und Interesse für Mathematik aufbringen (Wallner-Paschon, 2013). Allein diese Ergebnisse zeigen einen dringenden Handlungsbedarf auf.

Der Einsatz digitaler Technologie im Mathematikunterricht ist nicht mehr neu und trotzdem noch keine echte Routine. Das zeigt die Geräteinitiative des BMBWF zur Ausstattung von Schülerinnen und Schülern der 5. und 6. Schulstufe ab dem Schuljahr 2021/22 mit digitalen Endgeräten. Als Reaktion darauf startete mangels qualitativer Materialien im Frühjahr 2021 an der School of Education der Johannes Kepler Universität Linz das Projekt „FLINK in Mathe" (Förderung von Lernenden durch interaktive Materialien für einen nachhaltigen Kompetenzerwerb) zur Unterstützung und Begleitung von Mathematiklehrkräften in der Sekundarstufe 1. In diesem Projekt werden, beginnend mit den Lehrplaninhalten der 5. Schulstufe, interaktive und offene Lern- und Lehrressourcen basierend auf der dynamischen Mathematiksoftware (DMS) GeoGebra für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 entwickelt. Dabei stellt sich die Frage, welchen Mehrwert der Einsatz digitaler Materialien im Mathematikunterricht bietet – und vor allem welchen positiven Beitrag diese für die Motivation und Lernfreude sowie Kompetenzentwicklung von Schülerinnen und Schülern haben (können).

Lernfreude ist eine positive Emotion und bezieht sich auf die Tätigkeit des Lernens. Schülerinnen und Schüler erleben dabei die Auseinandersetzung mit dem Lernstoff als positiv und zielführend (Bruder & Hascher, 2020). Nach der Selbstbestimmungstheorie von Deci und Ryan (1993) wird Lernfreude als ein Bestandteil der (intrinsischen) Motivation gesehen. Auch Studien zeigen eine positive Korrelation zwischen intrinsischer Motivation und Lernfreude (Bruder & Hascher, 2020; Hagenauer & Hascher, 2011). Insofern sind beide Aspekte für den Mathematikunterricht relevant. Ein Blick in die bestehende Forschung zeigt, dass nach der Selbstbestimmungstheorie von Deci und Ryan (1993) für – intrinsische und extrinsische – Motivation der Schülerinnen und Schüler die folgenden drei Bedürfnisse relevant sind: das Bedürfnis nach Kompetenz, nach Autonomie oder Selbstbestimmung und nach sozialer Eingebundenheit. Für diese Bedürfnisse empfehlen in diesem Zusammenhang Bruder und Hascher (2020, p. 7) folgende konkretisierte Aspekte zur motivationsfördernden Gestaltung des Mathematikunterrichts:

(i) Bedürfnis nach Autonomie: durch Wahl- und Mitbestimmungsmöglichkeiten, Fördern der Selbstaktivierung sowie Verdeutlichen der Relevanz von Lerninhalten und einer angemessenen Reduktion von Kontrolle.

(ii) Bedürfnis nach Kompetenzerleben: durch Verwenden von adaptiven Aufgaben und Zunahme der Aufgabenschwierigkeit; positives, informatives und individualisiertes Feedback zur Unterstützung des Lernprozesses sowie transparente und fair Lern- und Leistungsanforderungen.

(iii) Bedürfnis nach sozialer Eingebundenheit: durch Ermöglichen von Formen kooperativen Lernens, Förderung eines guten Sozialklimas in der Klasse sowie wertschätzende Interaktionen zwischen Lehrkräften und Lernenden. (Bruder & Hascher, 2020, p. 7)

Insbesondere für die intrinsische Motivation relevant sind dabei die Bedürfnisse nach Kompetenzerleben und Autonomie; dabei erfüllt sich das Bedürfnis nach Kompetenzerleben, wenn Lernende Anforderungen aus eigener Kraft bewältigen können und das Bedürfnis nach Autonomie wird durch die Möglichkeit des selbständigen Arbeitens erfüllt (Brandenberger & Moser, 2018; Deci & Ryan, 1993). Auf diesen beiden Aspekten liegt auch der Fokus des in diesem Artikel vorgestellten Projekts „FLINK in Mathe“.

Durch den Zusammenhang zwischen Motivation und Lernfreude können Maßnahmen zur motivationsfördernden Gestaltung des Mathematikunterrichts auch zu mehr Lernfreude der Schülerinnen und Schüler führen. Über digitale Aufgaben hinaus identifizierten Klieme und Rakoczy (2008) Unterrichtsmerkmale, die ein positives emotionales Erleben und damit Lernfreude unterstützen. Dazu gehört eine klare, systematische Strukturierung des Unterrichts, eine positive Beziehung zwischen Lehrkräften und Lernenden sowie positive Rückmeldungen. Insbesondere in Bezug auf das letzte Merkmal zeigten Studienergebnisse, dass schriftliche Rückmeldungen zu Mathematikarbeiten als ein Aspekt eines unterstützenden Lernklimas einen positiven Einfluss auf die Interessensentwicklung der Schülerinnen und Schüler haben können, wenn diese als kompetenz- und lernförderlich wahrgenommen wurden (Rakoczy et al., 2013; Schukajlow et al., 2017). Zudem können – ähnlich wie beim reziproken Zusammenhang zwischen mathematischem Selbstkonzept und Leistungen von Schülerinnen und Schülern – positive Emotionen (z. B. Lernfreude) einen positiven Einfluss auf spätere Lernleistungen (z. B. Mathematiknoten am Ende des Schuljahres) und umgekehrt Leistung einen positiven Einfluss auf diese Emotionen haben (Marsh et al., 2016; Schukajlow et al., 2017).

Welche Rolle spielt nun der Technologieeinsatz im Zusammenhang mit Lernfreude? Mit der Integration von digitalen Technologien wächst auch das Interesse an den Wechselwirkungen zwischen Motivation, Lernleistung und Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. Erste quantitative Studien im Bereich des Technologieeinsatzes zeigten bestenfalls moderate Auswirkungen auf die Leistungen der Lernenden, Ergebnisse im Zusammenhang mit der Verwendung von dynamischen Darstellungen scheinen jedoch vielversprechender zu sein, da diese Lernende beim Verstehen mathematische Konzepte unterstützen können (Drijvers et al., 2016; Hoyles et al., 2013). Nach einer Metastudie von Hillmayr et al. (2020) hat der Einsatz digitaler Werkzeuge einen moderaten, signifikant positiven Effekt auf die Lernergebnisse von Schülerinnen und Schülern und einen kleinen, signifikant positiven Effekt auf deren Einstellung gegenüber Mathematik. Insbesondere der Einsatz dynamischer Mathematikwerkzeuge hat dabei tendenziell einen größeren Einfluss als digitale Werkzeuge für traditionelle Aufgaben zum Üben und Trainieren (Hillmayr et al., 2020). Ein ähnliches Bild zeigt eine Metanalyse von Higgins et al. (2019): der Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht kann die Ergebnisse, Motivation und Einstellung zum Lernen von Schülerinnen und Schülern positiv beeinflussen. Der positive Einfluss des Einsatzes digitaler Materialien auf Lernleistungen ist dabei höher, wenn diese zusätzlich zu traditionellen Materialien verwendet sowie paarweise genutzt und zusätzlich zu anderen Unterrichtsmethoden eingesetzt werden, da dies zu einer intensiveren Kommunikation zwischen den Lernenden führt (Hillmayr et al., 2017, 2020). Abschließend muss jedoch noch erwähnt werden, dass eine Steigerung der Motivation auch durch einen Neuigkeitseffekt ausgelöst werden kann (Hillmayr et al., 2017, 2020), daher ist es wichtig, Lernende auch mittel- und langfristig für mathematische Inhalte zu begeistern.

Inwiefern haben die in diesem Artikel vorgestellten digitalen Materialien nun das Potenzial, Lernfreude und damit Motivation von Schülerinnen und Schülern positiv zu beeinflussen? Basierend auf den bisher dargelegten Themen integrieren die im FLINK-Projekt entwickelten Materialien folgende Aspekte der Motivationsförderung: Erstens soll durch eine kognitive Aktivierung der Lernenden mit Hilfe der digitalen Materialien sowie dem Veranschaulichen von Lerninhalten ein Fokus auf das Verstehen gelegt werden. Dadurch soll die Relevanz der Lerninhalte – und auch Anwendungsaspekte – für die Schülerinnen und Schüler deutlich und damit das Bedürfnis nach Autonomie angesprochen werden. Zweitens wird das Bedürfnis nach Kompetenzerleben durch Aufgaben mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad, Hilfestellungen und teilweise individualisierte Rückmeldungen (insbesondere für spezifische Fehler) adressiert und somit auch optimierte Lernprozesse unterstützt. Drittens soll durch einen Fokus auf dem konzeptuellen Verstehen der Lerninhalte die Lernleistungen – und über den reziproken Einfluss damit auch die Lernfreude – unterstützt werden. Der Einsatz dieser digitalen Materialien zielt also zentral auf das Fördern des konzeptuellen mathematischen Verständnisses der Lernenden ab und soll – auch über den Neuheitseffekt hinaus – das Interesse und damit die Freude an Mathematik begünstigen. Über die konkreten digitalen Materialien hinaus bestehen zudem Möglichkeiten, die Motivation und Lernleistungen durch einen gezielten Einsatz im Unterricht (z. B. kooperative Lernformen, Integration von traditionellen und digitalen Materialien) zu unterstützen.

Projekt FLINK

Das Hauptziel des FLINK-Projekts liegt im Angebot von offenen, qualitativ hochwertigen, digitalen Materialien für das Lernen von Mathematik. Durch eine sinnvolle Integration von Technologie zielen sie darauf ab, das konzeptuelle mathematische Verständnis von Schülerinnen und Schülern zu fördern und dadurch einen nachhaltigen Kompetenzerwerb zu unterstützen.

Struktur des Projekts

Die Strukturierung der Materialien im FLINK-Projekt orientiert sich am aktuellen österreichischen Lehrplan für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 und gliedert sich – wie das Kompetenzmodell der Bildungsstandards – in vier inhaltsbezogene Dimensionen: Arbeiten mit (I1) Zahlen und Maßen, (I2) Variablen, (I3) geometrischen Figuren und Körpern und (I4) Modellen, Statistik (Bundesministerium für Unterricht und Kunst, 2021). Die Inhalte des (neuen) Lehrplans werden beginnend mit der 5. Schulstufe in Themenbereiche unterteilt, die entwickelten digitalen Materialien jedes Themenbereichs in einem GeoGebra Buch zusammengefasst und sortiert nach Inhaltsdimension laufend auf der zugehörigen Homepage veröffentlicht (https://www.jku.at/flink-in-mathe/).

Bei der Gestaltung des Mathematikunterrichts und insbesondere bei der Konzeption von Aufgaben kann zum Beispiel das Unterrichtsmodell von Büchter und Leuders (2009) angewendet werden, das den Mathematikunterricht in Lern- und Leistungssituationen unterteilt. Lernsituationen umfassen demzufolge die unterrichtlichen Phasen (i) Erkunden, Entdecken, Erfinden; (ii) Sammeln, Sichern, Systematisieren und (iii) Üben, Vernetzen, Wiederholen. Zu den Leistungssituationen zählen die Phasen zum (iv) Diagnostizieren und (v) Überprüfen von Leistungen der Schülerinnen und Schüler. Büchter und Leuders (2009) empfehlen, Materialien und Aufgaben für den Mathematikunterricht basierend auf ihrer jeweiligen Rolle im Unterrichtsprozess hinsichtlich dieser Phasen zu konzipieren. Für das Projekt FLINK mit Fokus auf Lernsituationen sind damit die ersten drei Phasen relevant.

Für die Strukturierung und Gestaltung der digitalen Materialien werden die erste und die zweite Phase in einer Kategorie zusammengefasst, da mathematische Tätigkeiten und Aufgaben zur Erkundung und Systematisierung mathematischer Konzepte nicht immer leicht zu unterscheiden sind. Daher besteht jedes GeoGebra Buch zu einem Themenbereich aus mindestens zwei Kapiteln: das erste Kapitel (genannt *Entdecken*) enthält digitale Materialien zum Entdecken und Erforschen mathematischer Begriffe, Sachverhalte oder Verfahren, das zweite Kapitel (Kapitel *Üben*) Materialien zum Üben von Fertigkeiten, Vernetzen und Wiederholen mathematischer Inhalte. Zusätzlich bieten einige Themenbereiche Videos (Kapitel *Video*) an, die Inhalte zusammenfassen und/oder erklären sowie einführende Aufgaben zum Erlernen des Umgangs mit mathematischer Software, die in der Sekundarstufe 1 eingesetzt wird (Kapitel *Arbeite digital*) (z. B. GeoGebra, Excel). Lehrerinnen und Lehrer können abhängig von ihren Lernzielen geeignete digitale Materialien aus dem FLINK-Projekt gezielt herausgreifen, kopieren und selbständig adaptieren.

Ein zentraler Aspekt bei der Gestaltung der digitalen Materialien in diesem Projekt ist der digitale Mehrwert, den die Materialien gegenüber nichtdigitalen Aufgabenstellungen bieten sollen, beispielsweise automatisches Feedback, dynamische Visualisierungen, Randomisierung von Aufgaben oder andere Optionen.

Integration von Technologie in FLINK

Auch aus der Perspektive des Technologieeinsatzes lässt sich die Struktur der FLINK-Materialien (Entdecken und Üben) begründen: Drijvers et al. (2011) unterscheiden drei didaktische Funktionalitäten von digitaler Technologie im Mathematikunterricht: Mathematik anwenden, Fertigkeiten und Fähigkeiten üben sowie Begriffe und Vorstellungen entwickeln (siehe Abbildung 1).

Aus der Sicht der Nutzenden kann Technologie als Werkzeug für das *Betreiben von Mathematik* dienen, zum Beispiel indem sie das Lösen einer Gleichung an einen digitalen Assistenten auslagern und sich so auf ein zugrunde liegendes Problem konzentrieren können. Aus der Sicht der Lernenden kann die Technologie als Umgebung zum *Lernen* in Form von *Üben von Fertigkeiten* (z. B. ein digitales Werkzeug, das beim Multiplizieren algebraischer Ausdrücke Feedback zu den Lösungen der Lernenden gibt) oder zur *Entwicklung konzeptuellen Wissens und tragfähiger Vorstellungen* dienen. Im letzteren Fall dient die Technologie als Unterstützung der Schülerinnen und Schüler beim Verstehen mathematischer Konzepte, beispielsweise indem sie Darstellungen dynamisch miteinander verknüpft. Dabei schließen sich diese drei Funktionalitäten nicht gegenseitig aus (Drijvers et al., 2011).

Laut Drijvers (2018) unterstützen Funktionen wie die Randomisierung von Aufgaben oder automatisiertes und unmittelbares Feedback das Üben von Fertigkeiten; der dritte Aspekt – das heißt die Bereitstellung einer technologiebasierten Umgebung, die Begriffsbildung ermöglicht und konzeptuelles Verständnis fördert – ist hingegen schwieriger umzusetzen, da dies eine anspruchsvolle didaktische Funktionalität darstellt.

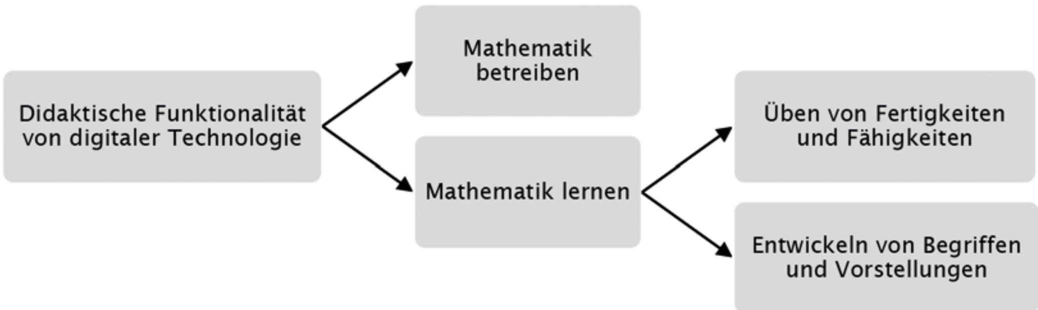


Abbildung 1: Didaktische Funktionalität von digitaler Technologie (eigene Abbildung nach Drijvers, 2018, S. 233)

Insbesondere in diesem Bereich liegt ein Potenzial des Technologieeinsatzes durch die Nutzung digitaler Materialien zur Entdeckung, Entwicklung und Erforschung von mathematischen Objekten (Ball & Stacey, 2019). Aus diesem Grund werden im FLINK-Projekt nicht nur Materialien zur Förderung von prozeduralen Fähigkeiten zur Verfügung gestellt (Üben), sondern auch die Entwicklung von konzeptuellem mathematischem Verständnis (Entdecken) betont. Diese beiden didaktischen Funktionalitäten digitaler Technologie entsprechen in diesem Sinne der gewählten Strukturierung der digitalen Materialien im vorgestellten Projekt.

Die im FLINK-Projekt erstellten Materialien basieren auf GeoGebra, einer dynamischen Mathematiksoftware (DMS) für das Unterrichten und Lernen von Mathematik. Das Potenzial von DMS liegt in der Fähigkeit, Geometrie, Algebra, Tabellen, Grafik, Analysis und Statistik zu vereinen und mathematische Prozesse zu visualisieren. Misfeldt (2011) beschreibt die Stärke von DMS durch sein Charakteristikum, gleichzeitig verschiedene mathematische Repräsentationen miteinander zu verknüpfen. Dynamisch verknüpfte Repräsentationen können somit einen anderen kognitiven Ansatz bieten als statische Darstellungen in einer traditionellen Lernumgebung mit Papier und Bleistift und unterstützen daher die Untersuchung mathematischer Objekte, die Begriffsbildung oder Problemlösungsprozesse noch weiter (GeoGebra, 2022; Hohenwarter & Jones, 2007; Zbiek et al., 2007). Darüber hinaus bietet GeoGebra eine dynamische Steuerung von Objekten wie Schieberegler oder Zugmodus, die es Lernenden ermöglicht, Invarianten mathematischer Objekte zu erforschen und zu untersuchen (Falcade et al., 2007). Diese Eigenschaften von DMS sind insbesondere hilfreich für das Projektziel des technologischen Mehrwerts.

Hinsichtlich des digitalen Mehrwerts der FLINK-Materialien werden in der Literatur zahlreiche Möglichkeiten des Einsatzes von DMS im Mathematikunterricht beschrieben, beispielsweise zum Experimentieren, als Kommunikationsmittel oder als heuristisches beziehungsweise modellierendes Werkzeug (Roth, 2017). Im Detail kann der Mehrwert von Technologieeinsatz in folgende Aspekte gegliedert werden:

Begriffsbildungen	Ein Einsatz von DMS kann dazu beitragen, Verständnisgrundlagen für Begriffe und deren Eigenschaften zu bilden sowie den Aufbau von Grundvorstellungen zu unterstützen.
Experimentelles Arbeiten	DMS kann Lernenden helfen, Zusammenhänge zu entdecken oder Ideen im Problemlöseprozess zu finden.
Dynamische Visualisierungen und Darstellungen	vernetzen von (multiplen) Repräsentationen, dynamische und interaktiv verknüpfte Darstellungen;
Grundideen	Vermitteln von Grundideen für Argumentationen und Beweise;
Mustererkennung	Aufgaben zum Entdecken, Beschreiben und Begründen von Mustern;
Argumentationen	Finden und kommunizieren von (beweglichen) Argumenten (z. B. wenn Lernende im Hinblick auf Veränderungen in mathematischen Situationen argumentieren, können insbesondere dynamische Visualisierungen unterstützen);
Diskussionen	Aufgaben, die Diskussionen unter Lernenden anregen;
Selbständigkeit	Selbständiges Üben und Vertiefen;
Modellieren und Anwenden	z. B. Handhabung komplexer Modelle, Arbeit mit realen Daten;

(Barzel, 2007; Eichler, 2019; Roth, 2017, 2019; Ruchniewicz & Göbel, 2019)

Digitale Materialien

Die eben genannten Punkte bilden die fachdidaktische Grundlage für die Gestaltung der digitalen Materialien im FLINK-Projekt. Zur weiteren Verdeutlichung des Projektkonzepts werden im folgenden exemplarische Aktivitäten der beiden Bereiche *Entdecken* und *Üben* vorgestellt.

Entdecken

Insgesamt beinhalten die GeoGebra Bücher unter dem Aspekt des *Entdeckens* digitale Materialien zum Entdecken und Erforschung von sowie Experimentieren mit neuen mathematischen Begriffen, Sachverhalten oder Algorithmen. Begleitende Fragen, die sich auf die interaktiven Aufgaben beziehen, unterstützen den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler bei der Erkundung und Festigung neuer mathematischer Aspekte. Darüber hinaus werden hier Aufgaben integriert, die dem Sammeln, Sichern oder Systematisieren neuer Inhalte dienen. Durch kognitive Aktivierung, einem Fokus auf dem konzeptuellen Verstehen der mathematischen Inhalte und der Zunahme des Schwierigkeitsgrads und Hilfestellungen werden motivationale Bedürfnisse angesprochen.

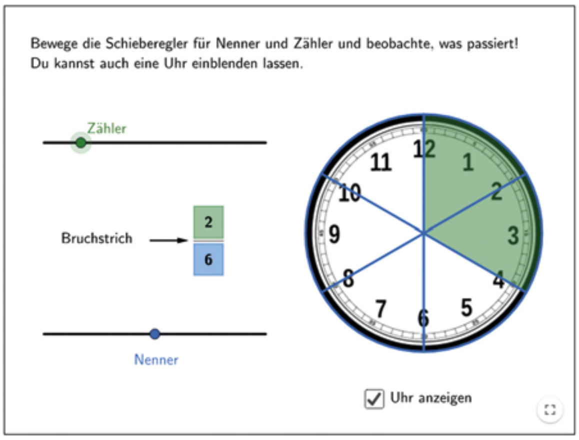


Abbildung 2: Digitales Material „Nenner, Zähler, Bruchstrich" (https://www.geogebra.org/m/r4ryzr2q)

Das GeoGebra Buch „Einführung Brüche und Bruch als Teil eines Ganzen" beispielsweise (siehe https://www.geogebra.org/m/pge8d4x3) beschäftigt sich mit einer ersten Einführung in den Bruchzahlbegriff als Teil des Lehrplans der 5. Schulstufe über Zahlen und Maße (I1) und umfasst sechs interaktive digitale Arbeitsblätter zum Erkunden dieses Begriffs. Das zweite digitale Material „Nenner, Zähler, Bruchstrich" (siehe Abbildung 2) dient zur Auseinandersetzung mit den entsprechenden Begriffen und unterstützt die Begriffsbildung mit Hilfe einer dynamischen Visualisierung.

Diese digitale Aufgabe visualisiert das Ganze als Kreis und Teile des Ganzen als kongruente, grün gefärbte Sektoren. Die Schülerinnen und Schüler sollen den Zähler (repräsentiert durch grün gefärbte Objekte) oder den Nenner des Bruches (Objekte in blauer Farbe) mittels Schieberegler variieren und dabei beobachten, wie sich die entsprechenden Objekte verändern. Die Schieberegler ermöglichen eine dynamische Kontrolle über Zähler und Nenner. Je nach Zahlenwert des Nenners (in diesem Fall die Zahl 6) können die Lernenden den Zähler von der Zahl Null bis höchstens zum Wert des Nenners verändern. Die Schieberegler sind so definiert, dass eine Änderung des Wertes des Nenners nicht automatisch zu einer Änderung des Wertes des Zählers führt, so dass sich auch der entsprechende Schieberegler nicht bewegt (außer bei der Darstellung eines Bruches mit gleichem Zähler und Nenner).

Im vorliegenden Material werden drei dynamisch verknüpfte Darstellungen für Brüche verwendet: als Schieberegler, numerisch und visuell in Form eines Kreises. Wenn Lernende einen Schieberegler bewegen, ändern sich alle verknüpften Darstellungen gleichzeitig. Um die Verbindung hervorzuheben, sind die Objekte, die denselben mathematischen Begriff darstellen (z. B. Zähler), gleich gefärbt. Dadurch wird das Kontiguitätsprinzip berücksichtigt (Mayer & Fiorella, 2014). Zusätzlich erlaubt das Material, eine zugrunde liegende Uhr durch Anklicken eines Kontrollkästchens ein- oder auszublenden, um das neue Konzept mit realen Erfahrungen (Uhr mit dem Teilen der Stunde) der Lernenden in Verbindung zu bringen. Die folgenden begleitenden Fragen beziehen sich auf das digitale Material und sollen die Schülerinnen und Schüler dabei unterstützen, Darstellungen bewusst kognitiv zu verknüpfen, Merkmale der vorgestellten Begriffe zu entdecken und über Sonderfälle nachzudenken. Inhaltlich sollen die Lernenden durch das Experimentieren mit dem Material die Auswirkungen einer Variation von Zähler und Nenner auf die Darstellung entdecken und so auf die mathematische Bedeutung dieser Begriffe schließen. Der Einsatz von DMS in diesem Kontext zielt darauf ab, die Lernenden zu unterstützen, die Grundvorstellung des Bruchs als Teil eines Ganzen aufzubauen (Malle, 2004).

Ein weiteres GeoGebra Buch behandelt die Einführung in den Kreisbegriff aus dem Lehrplan der 5. Schulstufe (Inhaltsbereich I3, siehe https://www.geogebra.org/m/a4pppe7a). Der erste Abschnitt zum Entdecken dieses Begriffs beinhaltet drei interaktive Arbeitsblätter: Kreise im Alltag (für den Einstieg in die Begriffsbildung durch Anknüpfen an Erfahrungen der Lernenden), Erzeugen eines Kreises und Merkmale eines Kreises (zum Erlernen relevanter Begriffe wie Mittelpunkt, Radius und Durchmesser).

Abbildung 3 zeigt ein digitales Material zum Erzeugen eines Kreises. Die Lernenden sollen die grauen Kreuze so verschieben, dass sie alle den gleichen Abstand zum „Baum" haben wie das blaue Kreuz. Die Fragestellung soll insbesondere durch ihren Problemlösecharakter motivierend auf die Lernenden wirken.

Die Aufgabe bietet die ikonische Darstellung einer entsprechenden Aktivität, die die Lehrkräfte im Unterricht durchführen können und zielt darauf ab, den Begriff Kreis basierend auf seiner definierenden Eigenschaft zu entdecken: eine Figur, die alle jene Punkte der Ebene umfasst, die von einem gegebenen Punkt (Mittelpunkt) den gleichen Abstand haben. Nachdem die Schülerinnen und Schüler mindestens ein graues Kreuz verschoben haben, aktiviert sich die die Schaltfläche „Lösung", woraufhin eine Figur erscheint, die der rechts in Abbildung 3 dargestellten entspricht. Danach bietet das Material die Möglichkeit, eine neue Aufgabe zu stellen. Die begleitende Frage unterhalb des GeoGebra-Applets bezieht sich auf die Visualisierung und fragt nach dem gemeinsamen Merkmal aller Punkte auf einer Kreislinie. Aus didaktischer Sicht ermöglicht dies die eigenständige Entdeckung einer Begriffsdefinition und zielt darauf ab, einen sauberen Begriffsbildungsprozess zu unterstützen.

Die bisher vorgestellten digitalen Materialien fokussieren auf die Entdeckung und Erkundung eines mathematischen Begriffs. Wie aber nähert man sich neuen Verfahren an, die – im engeren Sinn – nicht oder nur sehr schwer entdeckt werden können? Nach Vollrath (2001) genügt es nicht, ein Verfahren nur zu beherrschen, ein Ziel des Mathematikunterrichts soll auch sein, dass Schülerinnen und Schüler dieses verstehen. Zum Verstehen gehört neben der Anwendung auf bestimmte Aufgaben auch das Wissen, was mit einem Verfahren erreicht wird, wie und unter welchen Bedingungen und warum es funktioniert (Vollrath, 2001). Gleichzeitig fördert echtes Ver-

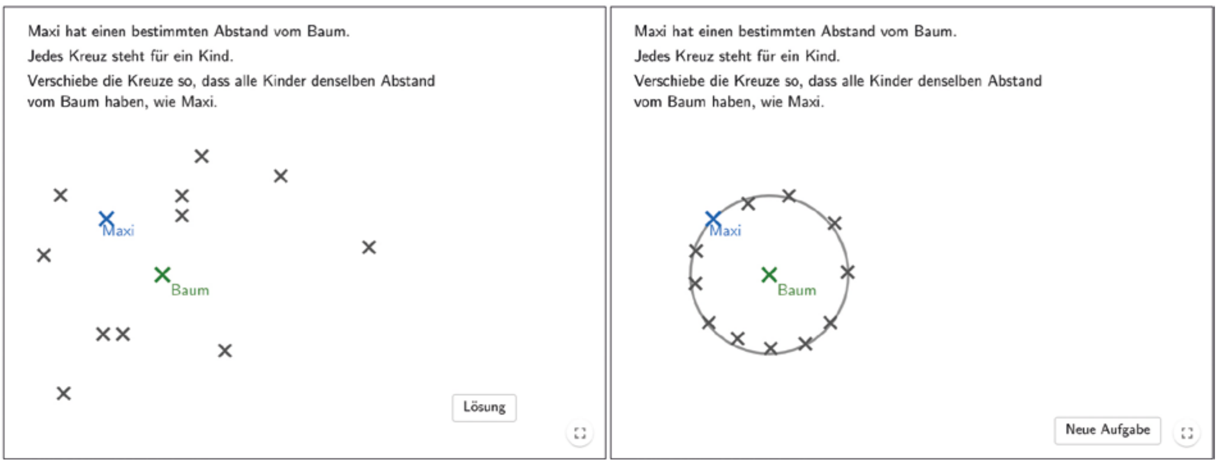


Abbildung 3: Digitales Material „Einen Kreis erzeugen" (https://www.geogebra.org/m/pu36wutb)

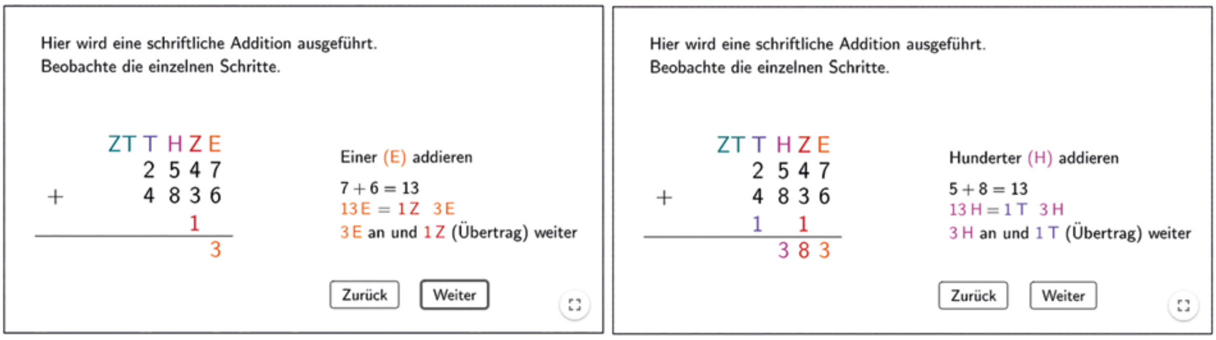


Abbildung 4: Digitales Material „Schriftliche Addition“ (https://www.geogebra.org/m/jcfu5rsj)

stehen direkt die Lernleistungen und damit auch die Lernfreude, ein wesentliches Ziel von FLINK.

Ein Beispiel dafür zeigt Abbildung 4, ein digitales Arbeitsblatt aus dem Themenbereich I1 (Zahlen und Maße) zum Standardalgorithmus für die schriftliche Addition natürlicher Zahlen, welches darlegen soll, wie und warum dieser Algorithmus funktioniert.

Auf der linken Seite des digitalen Materials ist die schriftliche Addition von zwei vierstelligen natürlichen Zahlen dargestellt. Über der ersten Zahl wird der Wert jeder Ziffer durch farbige Abkürzungen des Stellenwertes hervorgehoben (z. B. E für „Einer“, Z für „Zehner, usw.). Durch Drücken der Schaltfläche „Weiter“ wird das Verfahren Schritt für Schritt angezeigt. Rechts neben der Rechnung (siehe linkes Rechteck in Abbildung 4) wird die aktuelle Berechnung mit Hilfe des dezimalen Stellenwertsystems erklärt. Zum Beispiel ergeben 7 Einer und 6 Einer insgesamt 13 Einer, das entspricht 1 Zehner und 3 Einer. Die 3 Einer werden in die Ergebniszeile geschrieben, der Zehner muss zu den bereits vorhandenen Zehnern (4 und 3) der beiden gegebenen Zahlen addiert werden und bildet damit den Übertrag. Im rechten Teil der Abbildung 4 wird ein weiterer Schritt zur Addition der Hunderter angezeigt: 5 Hunderter und 8 Hunderter ergeben 13 Hunderter, das entspricht 1 Tausender und 3 Hunderter; der Übertrag beträgt 1 Tausender für den nächsten (und letzten) Schritt der Addition.

Schritt-für-Schritt-Erklärungen und Farbkodierungen für bestimmte Stellenwerte sollen die Lernenden beim selbständigen Erlernen und Verstehen dieses Verfahrens unterstützen. Darüber hinaus dienen die Begleitfragen der Reflexion; sie befassen sich beispielsweise mit der Bedeutung eines konkreten Übertrags, mit der Frage, warum ein Übertrag zu den Hundertern addiert werden muss, wenn sich 25 Zehner ergeben, oder mit der Frage, warum die schriftliche Addition mit den Einern beginnt. Aus digitaler Perspektive bietet dieses Material die Möglichkeit zum Lernen im eigenen Tempo und damit eine Kontrolle über den Arbeitsprozess (durch Zurück-und Weiter-Buttons), welche auch motivationale Bedürfnisse adressiert. Neben der Darstellung des spezfischen mathematischen Verfahrens ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, bei etwaigen Fragen auch außerhalb des Mathematikunterrichts auf das digitale Material zurückzugreifen.

Üben

Ein weiterer wesentlicher Teil jedes veröffentlichten GeoGebra Buches besteht aus digitalen Materialien zur Unterstützung des Übens von Fertigkeiten, zur Vernetzung mathematischer Inhalte und zur Wiederholung von Vorwissen. In der ersten Projektphase liegt der Fokus auf geschlossenen, digital auswertbaren Aufgabenformaten, die im parallel ablaufenden Projekt MathSkill-Testing (https://www.jku.at/linz-school-of-education/forschung/mint-didaktik/mathskill-testing/) entwickelt wurden und zukünftig eine Einbindung in eine adaptive Trainingsplattform erlauben werden.

Diese Aufgabenformate umfassen: Eingabefelder, Multiple- oder Single-Choice-Fragen, Drag-and-Drop-Aufgaben, Dropdown-Fragen und Zuordnungsaufgaben. Im Vergleich mit offenen Aufgaben ermöglichen diese Formate den digitalen Mehrwert des selbständigen Übens. Aufgaben mit Selbstkontrollmöglichkeiten geben sofortige Rückmeldung, ob die Lösungen richtig sind; die Anzeige von Hinweisen und (möglichen) Lösungswegen sowie neue Aufgaben auf „Knopfdruck“ sind weitere mit GeoGebra realisierbare Optionen. Diese Funktionen werden als unterstützend für die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler angesehen, da sie es ihnen beispielsweise ermöglichen, fehlerhafte Strategien oder Vorstellungen sofort zu erkennen und die Selbstregulation der Schülerinnen und Schüler zu verbessern (z. B. Barana & Marchisio, 2019; Fyfe & Rittle-Johnson, 2016). Darüber hinaus enthalten einige digitale Materialien Gamification-Elemente (z. B. spielerische Elemente, Fortschrittszähler für richtig gelöste Aufgaben). All diese Aspekte unterstützen die Erfüllung des Bedürfnisses nach Kompetenzerleben und können so die Entwicklung von Lernfreude unterstützen.

Ein Beispiel hierfür ist die Aufgabe „Welcher Bruchteil ist hier dargestellt?“ (siehe Abbildung 5) aus dem davor bereits vorgestellten Buch über Brüche als Teil eines Ganzen. Innerhalb eines Rechtecks, das den Wert 1 repräsentiert, sind für jede Aufgabe eine zufällige Anzahl von gleich großen Teilen blau gefärbt. Die Schülerinnen und Schüler sollen den Bruch, der durch den (nicht-)farbigen (beides ist richtig) Anteil dargestellt wird, identifizieren und Zähler und Nenner in ein Eingabefeld eintragen. Durch Üben mit diesem Material kann das Verständnis für den Bruchbegriff und insbesondere des Aspekts des Bruches als Teil eines Ganzen sowie das zugehörige Verständnis für die Bedeutung von Nenner und Zähler vertieft werden.

Ist die Lösung richtig (oberes Bild in Abbildung 5), erhalten sie die Rückmeldung „Richtig“ und können durch Drücken der Schaltfläche „Neue Aufgabe“ das nächste Beispiel auswählen. Erweist sich die Lösung als falsch (unteres Bild), erhalten die Lernenden eine entsprechende Rückmeldung „Falsch“ und können es noch einmal versuchen („Neuer Versuch“). Darüber hinaus gibt das digitale Material bei einer zweiten falschen Antwort einen Hinweis auf die Bedeutung von Zähler und

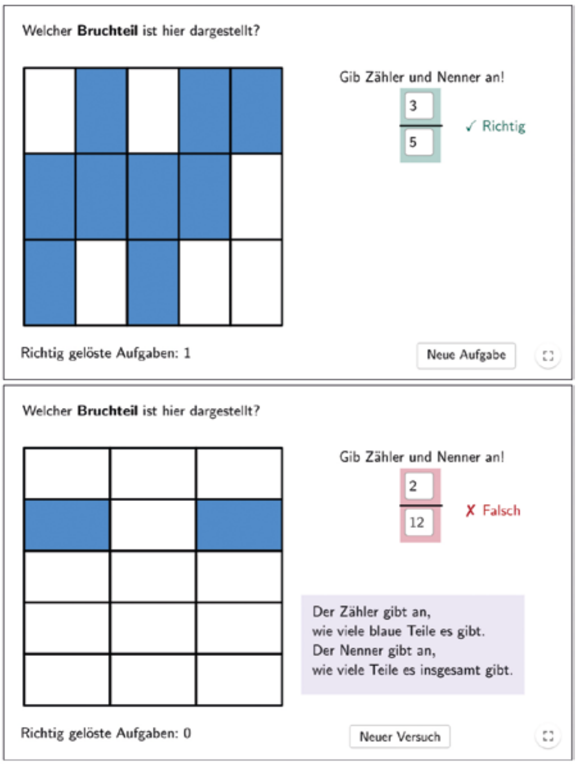


Abbildung 5: Digitales Material „Welcher Bruch ist hier abgebildet?“ (https://www.geogebra.org/m/befyvnma)

Nenner in Bezug auf die dargestellte Visualisierung. Zur Steigerung der Selbstwahrnehmung und -wirksamkeit wird die Anzahl der bereits richtig gelösten Aufgaben angezeigt.

Abbildung 6 zeigt eine weitere exemplarische Aufgabe mit Namen „Brüche am Zahlenstrahl – Level 1“: Für einen gegebenen Stammbruch dargestellt am Zahlenstrahl sollen die Schülerinnen und Schüler abschätzen, wo die Zahl eins einzuzeichnen wäre. Sie erhalten eine Rückmeldung – entweder ein grünes Kästchen und „Richtig“ für eine annähernd richtige Schätzung oder eine Hilfestellung bestehend aus einer Skalierung des Zahlenstrahls und einem verbalen Hinweis für einen neuerlichen Versuch. Nach Abschluss einer Aufgabe können sie das nächste Beispiel wählen, indem sie auf die Schaltfläche „Neue Aufgabe“ drücken. Wie zuvor zeigt ein Zähler die Anzahl der bereits richtig gelösten Aufgaben an.

Zu den Merkmalen des digitalen Übungsmaterials gehören eine unmittelbare Rückmeldung zu den Lösungen an die Lernenden, ob ihre

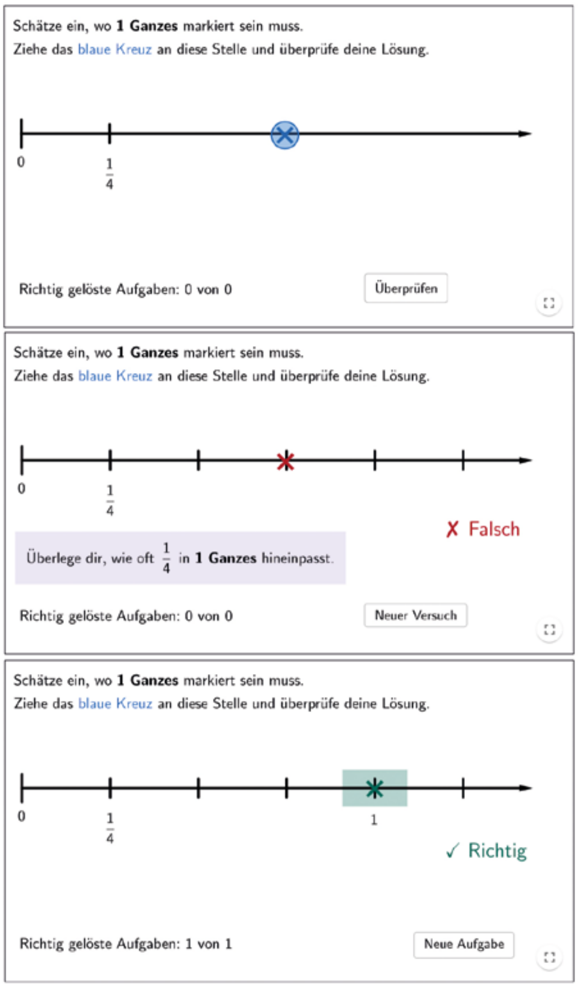


Abbildung 6: Digitales Material „Brüche am Zahlenstrahl" (https://www.geogebra.org/m/e8ws53gh)

Antworten richtig sind oder nicht, die Anzeige von Hinweisen und Lösungen oder Lösungswegen, die Bereitstellung neuer zufällig ausgewählter Aufgaben auf Knopfdruck und die Zählung der richtig gelösten Aufgaben. Die im Projekt MathSkill-Testing entwickelten Aufgabenformate integrieren Forschungsergebnisse zum Thema Feedback in E-Learning-Umgebungen, zum Beispiel die folgenden von Narciss und Huth (2006) vorgeschlagenen Merkmale: (i) solche Materialien geben erst dann Feedback, wenn die Lernenden tatsächlich versucht haben, die Aufgabe zu lösen, (ii) sie geben den Lernenden die Möglichkeit, es nach einer ersten falschen Antwort noch einmal zu versuchen, ohne weitere Informationen über den Lösungsprozess zu geben und (iii) sie geben nach einem zweiten fehlgeschlagenen Versuch einen ausführlicheren Hinweis. Insbesondere Optionen für sofortiges automatisiertes Feedback, Hinweise und Lösungs(pfad)optionen werden zur Unterstützung der Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern in Betracht gezogen (Attali & van der Kleij, 2017; Fyfe & Rittle-Johnson, 2016) und können auch positiv auf Lernfreude wirken. Zur motivationsfördernden Gestaltung integrieren einige digitale Materialien zudem spielerische Aspekte, wie das digitale Material „Schneckentempo" (siehe https://www.geogebra.org/m/snr2ps2z#material/vddawhhg), eine Kopfrechenübung, die als Schneckenwettrennen visualisiert wird.

Zusammenfassung

Im Hinblick auf Motivation und Lernfreude von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht besteht auf jeden Fall Handlungsbedarf. Forschungsergebnisse zeigen ein Potenzial des Technologieeinsatzes bezüglich einer motivationsfördernden Gestaltung des Unterrichts. Erste empirische Ergebnisse zum Einsatz von FLINK-Materialien in einem forschungsbasierten Unterricht zum Bruchbegriff in der 5. Schulstufe ergaben, dass der Einsatz von digitalen Materialien Freude machen kann und die Lernenden weiter gerne mit solchen Materialien arbeiten würden (Ebner, 2022, S. 61). Ein zentraler Aspekt dabei ist, dass ein Interesse am Fach Mathematik auch über den Neuigkeitseffekt von digitalen Materialien hinaus gefördert werden muss.

Über das Design von konkreten digitalen Materialien hinaus kann nicht oft genug betont werden, dass auch die Unterrichtsgestaltung eine wesentliche Facette für einen motivationsfördernden Unterricht ausmacht. Über wertschätzende Interaktionen zwischen Lehrkräften und Schülerinnen und Schülern, dem Einsatz kooperativer Lernformen, die auch die Kommunikation zwischen den Lernenden erleichtert, und der Kombination von traditionellen und digitalen Materialien und Werkzeugen können noch weitere motivationale Bedürfnisse erfüllt werden. Durch das Projekt FLINK ist jedenfalls für den Bereich frei zur Verfügung stehender qualitativer digitaler Materialien gesorgt. Die Sensibilisierung für diese Thematik in der Aus- und Weiterbildung von Mathematiklehrkräften ist ein weiterer wichtiger Schritt weg vom Angstfach hin zu einem neuen Image mit Lernfreude in Mathematik.

Danksagung

Die Autorin bedankt sich bei Prof. Markus Hohenwarter (Leiter des CODE – Center for Open Digital Education an der JKU) und Christina Krenn, Projektleiterin von FLINK. Weiters danke ich Eva-Maria Infanger und Alexander Huber vom Projekt MathSkill-Testing für die Unterstützung des FLINK-Projekts hinsichtlich der Aufgabenformate zum Üben.

Literatur

Attali, Y., & van der Kleij, F. (2017). Effects of feedback elaboration and feedback timing during computer-based practice in mathematics problem solving. Computers and Education, 110, 154–169. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.03.012

Ball, L., & Stacey, K. (2019). Technology-supported classrooms: New opportunities for communication and development of mathematical understanding. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht (S. 121–129). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_9

Barana, A., & Marchisio, M. (2019). Strategies of formative assessment enacted through automatic assessment in blended modality. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 4041–4048). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. https://iris.unito.it/handle/2318/1731995

Barzel, B. (2007). "New technology? New ways of teaching - No time left for that!" The International Journal for Technology in Mathematics Education, 14(2), 77–86.

Brandenberger, C., & Moser, N. (2018). Förderung der Lernfreude und Reduzierung der Angst im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1. In G. Hagenauer & T. Hascher (Hrsg.), Emotionen und Emotionsregulation in der Schule und Hochschule. Waxmann Verlag.

Bruder, R., & Hascher, T. (2020). Gestaltungsspielräume. Mathematik lehren, 221, 7–11.

Büchter, A., & Leuders, T. (2009). Mathematikaufgaben selbst entwickeln: Lernen fördern - Leistung überprüfen (4. Aufl.). Cornelsen Scriptor.

Bundesministerium für Unterricht und Kunst. (2021). Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne -- allgemeinbildende höhere Schulen. https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Zeitschrift für Pädagogik, 39(2), 223–238.

Drijvers, P. (2018). Tools and taxonomies: A response to Hoyles. Research in Mathematics Education, 20(3), 229–235. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1522269

Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). Uses of technology in lower secondary mathematics education. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33666-4

Drijvers, P., Boon, P., & Van Reeuwijk, M. (2011). Algebra and technology. In P. Drijvers (Ed.), Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown (pp. 179–202). Sense Publishers.

Ebner, S. (2022). Digitale Medien im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 – Einsatz interaktiver digitaler Materialien am Beispiel des Bruchrechnens in der 5. Schulstufe (Masterarbeit). PH Oberösterreich, Linz.

Eichler, A. (2019). Der Rechner als Erzeuger von Phänomenen für das Entdecken und Beschreiben mathematischer Muster. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht (S. 177–190). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_13

Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. Educational Studies in Mathematics, 66(3), 317–333. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9072-y

Fyfe, E. R., & Rittle-Johnson, B. (2016). The benefits of computer-generated feedback for mathematics problem solving. Journal of Experimental Child Psychology, 147, 140–151. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.009

GeoGebra. (2022). What is GeoGebra? https://www.geogebra.org/about

Hagenauer, G., & Hascher, T. (2011). Lernfreude, engagierte Mitarbeit im Unterricht und erfolgreiches Leisten bei instrumentellen Formen der Lernmotivation – ein Widerspruch in sich? Zeitschrift für Bildungsforschung, 1(2), 97–113.
https://doi.org/10.1007/s35834-011-0011-3

Helmke, A. (1993). Die Entwicklung der Lernfreude vom Kindergarten bis zur 5. Klassenstufe. Zeitschrift für pädagogische Psychologie, 7(2/3), 77–86.

Higgins, K., Huscroft-D'Angelo, J., & Crawford, L. (2019). Effects of technology in mathematics on achievement, motivation, and attitude: A meta-analysis. Journal of Educational Computing Research, 57(2), 283–319.
https://doi.org/10.1177/0735633117748416

Hillmayr, D., Reinhold, F., Ziernwald, L., & Reiss, K. (2017). Digitale Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Sekundarstufe. Einsatzmöglichkeiten, Umsetzung und Wirksamkeit. Waxmann.

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. Computers and Education, 153, 103897.
https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897

Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. In D. Küchemann (Ed.), Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics (Vol. 27, pp. 126–131). University of Northampton, UK: BSRLM.

Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P., & Roschelle, J. (2013). Cornerstone Mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. ZDM Mathematics Education, 45(7), 1057–1070.
https://doi.org/10.1007/s11858-013-0540-4

Malle, G. (2004). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. Mathematik lehren 123, S. 4–8.

Marsh, H. W., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., Guo, J., Arens, A. K., & Murayama, K. (2016). Breaking the double-edged sword of effort/trying hard: Developmental equilibrium and longitudinal relations among effort, achievement, and academic self-concept. Developmental Psychology, 52, 1273–1290. https://doi.org/10.1111/cdev.12704

Mayer, R. E., & Fiorella, L. (2014). Principles for reducing extraneous processing in multimedia learning: Coherence, signaling, redundancy, spatial contiguity, and temporal contiguity principles. In R. E. Mayer (Ed.), The Cambridge handbook of multimedia learning (2nd ed., pp. 279–315). Cambridge University Press.
https://doi.org/10.1017/CBO9781139547369.015

Misfeldt, M. (2011). Aspects of ICT in mathematical activity: Tool and media. Transactions on Advanced Research, 7(2), 23–28. https://doi.org/10.1515/semi.2011.054

Narciss, S., & Huth, K. (2006). Fostering achievement and motivation with bug-related tutoring feedback in a computer-based training for written subtraction. Learning and Instruction, 16(4), 310–322.
https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.07.003

Rakoczy, K., Harks, B., Klieme, E., Blum, W., & Hochweber, J. (2013). Written feedback in mathematics: Mediated by students' perception, moderated by goal orientation. Learning and Instruction, 27, 63–73.
https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.03.002

Roth, J. (2017). Computer einsetzen: Wozu, wann, wer & wie? Mathematik lehren, 205, 35–38.

Roth, J. (2019). Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht – Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht (S. 233–248). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_17

Ruchniewicz, H., & Göbel, L. (2019). Wie digitale Medien funktionales Denken unterstützen können - Zwei Beispiele. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht (S. 249–262). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_18

Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: theoretical considerations and empirical contributions. ZDM Mathematics Education, 49(3), 307–322.
https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6

Vollrath, H.-J. (2001). Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Spektrum Akademischer Verlag.

Wallner-Paschon, C. (2013). Motivation und Selbstwahrnehmung der 15-/16-Jährigen in Mathematik. In U. Schwantner, B. Toferer & C. Schreiner (Hrsg.), PISA 2012. Internationale Vergleiche von Schülerleistungen. Erste Ergebnisse Mathematik, Lesen, Naturwissenschaften (1. Aufl., S. 42–43). Leykam.

Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 1169–1207). Information Age Publishing.

Die Fermi-Box im Mathematikunterricht
Das Problem ist der Anfang jeder Lösung

Corina Schwarz

Im Mathematikunterricht ist es oftmals schwierig, Abwechslung oder mehrere Motivationszugänge anzubieten, ohne dafür wertvolle Lernzeit herzugeben. Die Fermibox bietet eine spielerische und interaktive Möglichkeit, mathematische Konzepte im Unterricht zu vermitteln und die Motivation der Schülerinnen und Schüler zu erhöhen. Sie kann im Unterricht eingebaut oder zur Vertiefung am Ende eines Themas eingesetzt werden. Die verschiedenen Aktivitäten und Aufgaben können auf die individuellen Lernbedürfnisse und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angepasst werden und fördern eigenständiges und kreatives Problemlösen. Die Fermibox kann auch einen Beitrag dazu leisten, den Zugang von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten zum Mathematikunterricht zu verbessern, indem sie alternative Lernmethoden anbietet.

Schlagwörter: Lernmotivation, Förderung, Differenzierung

„Wofür brauche ich das im späteren Leben?“ und „Wieso müssen wir das Lernen?“ sind Aussagen meiner Schülerinnen und Schüler, welche immer öfters hinterfragen, wieso sie sich mit zweistelligen Divisionen, Umwandlung der Maßeinheiten oder Bruchtermen beschäftigen müssen. Oft genug haben sie recht mit ihren Aussagen und ich kann den entstehenden Lernfrust in ihren Augen sehen. Als Mathematiklehrerin, welche davon überzeugt ist, dass jeder Mensch Mathematik kann, habe ich mich auf die Suche nach Methoden gemacht, um meinen Unterricht für die Schülerinnen und Schüler leichter zu differenzieren und lebensnaher zu gestalten. Dabei bin ich auf die Fermi-Box gestoßen. Sie ist eine tolle Ergänzung für den Mathematikunterricht und sorgt für jede Menge Abwechslung. Die Box enthält verschiedene mathematische Herausforderungen, die dazu beitragen können, das Interesse und die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler in Mathematik zu fördern. Es gibt verschiedene Arten von Aktivitäten, die sich an Schülerinnen und Schüler aller Altersstufen richten. Darunter sind Spiele wie Tangram, die dazu beitragen, räumliches Denken und Problemlösungsfähigkeiten zu verbessern. Es gibt Puzzles, die das logische Denken und das Erkennen von Mustern fördern. Darüber hinaus enthält die Fermibox verschiedene Aufgabenstellungen, wie das Konstruieren von geometrischen Figuren mit Zirkel und Lineal. Durch spielerische Aktivitäten wie das Bruch- und Dezimalpuzzle kann die Lernmotivation bei den Schülerinnen und Schülern erhöht werden.

Wie ist die Idee zur Fermibox entstanden?

Die Geschichte der Fermibox begann in den 1960er Jahren, als der belgische Mathematiker und Pädagoge Georges Cuisenaire eine Reihe von Holzstäbchen entwickelte, um Kindern das Verständnis von Brüchen und Dezimalzahlen zu erleichtern (Tall, 2013). Cuisenaires Stäbchen wurden schnell zu einem beliebten Lehrmittel in Schulen und Bildungseinrichtungen weltweit. In den 1990er Jahren wollten die beiden Lehrpersonen Céline und Frédéric Pluvinage eine Methode finden, die das Interesse am Mathematikunterricht weckt und die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler fördert. Sie entwickelten eine Sammlung von mathematischen Aktivitäten und Spielen, die den Schülerinnen und Schülern dabei helfen sollten, ihre mathematischen Fähigkeiten zu erweitern und ihr Verständnis zu vertiefen. Benannt wurde die Aufgabensammlung nach dem italienisch-amerikanischen Physiker Enrico Fermi. Enrico Fermi war eine bedeutende Persönlichkeit in der Physik des 20. Jahrhunderts und trug maßgeblich zur Entwicklung des Atommodells und der Kernphysik bei. Er erhielt 1938 den Nobelpreis für Physik für seine Arbeiten zur künstlichen Radioaktivität und seine Entdeckung von neuen radioaktiven Isotopen. Die Entscheidung, die Box nach Enrico Fermi zu benennen, könnte darauf zurückzuführen sein, dass Fermi als Symbol für Forschung, Entdeckung und wissenschaftliche Neugier steht. Der Name soll möglicherweise die Verbindung zwischen dem Einsatz der Box im Mathematikunterricht und der Förderung von Problemlösungsfähigkeiten, kritischem Denken und wissenschaftlicher Untersuchung herstellen. Es ist jedoch anzumerken, dass es mehrere Varianten von Aktivitätsboxen für den Mathematikunterricht gibt und möglicherweise unterschiedliche Gründe für die Namensgebung der spezifischen Fermibox existieren können.

Woran erkenne ich eine Fermi-Aufgabe?

Hans Christian von Baeyer beschreibt in seinem Essay „Fermis Lösung" die charakteristische Gestalt von Fermi-Fragen: „Eine FERMI–Frage hat eine charakteristische Gestalt. Beim ersten Anhören hat man nicht die leiseste Ahnung, wie die Antwort lauten könnte. Zudem ist man sich sicher, dass zu wenige Informationen angegeben sind, um überhaupt eine Lösung finden zu können. Wenn man jedoch die Frage in Unterprobleme aufspaltet, von denen jedes einzelne gelöst werden kann, ohne dass man Experten oder Fachliteratur zu Rate zieht, so ist eine Abschätzung im Kopf oder auf der Rückseite eines Briefumschlages möglich, die der exakten Lösung erstaunlich nahe kommt." (Baeyer, 1996, S. 11)

Eine Fermi-Aufgabe zeichnet sich durch ihre offene Natur und die Notwendigkeit einer Schätzung aus. Sie erfordert kreatives Denken, Problemlösungsfähigkeiten und die Fähigkeit, vernünftige Annäherungen zu machen, anstatt eine genaue Antwort zu suchen. Hier sind einige Merkmale, an denen eine Fermi-Aufgabe erkannt werden kann:

1. Mangel an genauen Daten: Fermi-Aufgaben basieren oft auf ungenauen oder groben Informationen. Es werden keine exakten Messwerte oder Zahlen bereitgestellt, sondern eher Schätzungen oder ungefähre Angaben.
2. Komplexität: Fermi-Aufgaben sind in der Regel komplex und umfassen mehrere Variablen oder Faktoren, die berücksichtigt werden müssen. Sie können aus verschiedenen Disziplinen stammen, wie Physik, Mathematik, Allgemeinwissen oder Alltagsphänomenen.
3. Schätzungen und Approximationen: Bei Fermi-Aufgaben geht es darum, vernünftige Schätzungen und Approximationen zu machen, um eine Lösung zu finden. Es geht nicht darum, eine genaue Antwort zu erhalten, sondern den Prozess des Schätzens und die Fähigkeit, aufgrund grober Informationen zu vernünftigen Ergebnissen zu gelangen.
4. Kreatives Denken: Fermi-Aufgaben erfordern kreatives Denken und die Fähigkeit, verschiedene Ansätze und Methoden zu nutzen, um zu einer Lösung zu gelangen. Es kann mehr als eine richtige Antwort geben, solange die Schätzungen und Annäherungen logisch und vernünftig sind.

Beispiel einer Fermi-Aufgabe: "Wie viele Gummibären passen in einen Schulbus?" Hier fehlen genaue Informationen, und es erfordert Schätzungen und Approximationen basierend auf Größenverhältnissen und Schätzungen der Größe von Gummibären und eines Schulbusses.

Welchen Mehrwert bringt die Fermi-Box im Unterricht?

Nachdem ich sie nun mehrere Jahre kontinuierlich in meinen Unterricht integriert habe, ergeben sich für mich folgende Vorteile: Welche Strategien zur Bearbeitung/Lösung der Aufgaben hast du angewendet?

- Förderung von Interesse und Motivation: Durch die Vielzahl von mathematischen Spielzeugen und Aktivitäten, motiviert sie die Schülerinnen und Schüler, sich für Mathematik zu interessieren und mit ihr zu beschäftigten. Sie erkennen selbst, dass der Inhalt des Lehrplans nötig ist, um die Aufgaben argumentativ zu lösen.
- Verbesserung von Problemlösungsfähigkeiten: Viele Aktivitäten in der Fermibox erfordern einen kreativen Lösungsweg, der außerhalb vom Schulalltag liegt, wie z.B. das Lösen einer offenen Aufgabenstellung. Durch diese Aktivitäten können Schülerinnen und Schüler ihre Problemlösungsfähigkeiten verbessern und lernen, dass es nicht nur einen richtigen Lösungsweg gibt. Gleichzeitig üben sie Beziehungen sowie deren Gesetzmäßigkeiten (handelnd, zeich-

nerisch oder sprachlich) zu beschreiben und anzuwenden.
- Differenzierung: Die Fermibox bietet Lehrerinnen und Lehrern die Möglichkeit, auf die unterschiedlichen Bedürfnisse und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler einzugehen. Es gibt die Möglichkeit im Unterricht, die Aufgabenstellungen nach dem jeweiligen Leistungsniveau zu verteilen und daran arbeiten zu lassen. So arbeitet niemand in einer Über- oder Unterforderung.
- Abwechslungsreicher Unterricht: Die Fermibox bietet eine Ergänzung zum Mathematikunterricht. Sie kann dazu beitragen, den Unterricht interaktiver und spannender zu gestalten und das Lernen von Mathematik zu einem positiven Erlebnis zu machen. Es gibt auch Aufgabenstellungen um das Verständnis von mathematischen Konzepten und Fähigkeiten zu vertiefen.

Wie kann ich die Fermibox im Mathematikunterricht einsetzten?

Die Fermibox bietet eine Vielzahl von Aktivitäten und Aufgaben, die auf die verschiedenen Lernbedürfnisse und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler abgestimmt sind und sie dazu anregen sollen, mathematische Probleme auf kreative und eigenständige Weise zu lösen. Es werden zudem die Kompetenzen Modellieren, Problemlösen und Argumentieren gefördert, welche im Regelunterricht meistens zu wenig Aufmerksamkeit bekommen. Die Fermibox kann auf verschiedene Arten im Mathematikunterricht eingesetzt werden. Hier sind meine Vorschläge, die sich aufgrund meines langjährigen Einsatzes ergeben:

- Einführung in neue Themen: Lehrerinnen und Lehrer können die Fermibox nutzen, um neue Themen einzuführen. Zum Beispiel können sie Schülerinnen und Schülern mit dem Tangram-Spiel vertraut machen, bevor sie das Thema Geometrie behandeln. Oder es kann die Neugier auf das kommende Thema im Mathematikunterricht geweckt werden, indem die Schülerinnen und Schüler zuerst mit der Problemstellung konfrontiert werden und dann das mathematische Werkzeug erhalten, um die Aufgabe am Ende selbstständig zu lösen.
- Differenzierung: Die Aufgabenkarten in der Box liefern jede Menge Differenzierungsmöglichkeiten, die den Schülerinnen und Schülern gar nicht bewusst sind. Oftmals differenzieren sie sich bereits beim Lösen der Aufgabe. Während der eine Lösungsweg sehr detailliert argumentiert ist, zeigt sich bei einer anderen Lösung, dass ein ganz anderer Ansatz versucht wurde. Sehr spannend und motivierend für die Schülerinnen und Schüler ist es, wenn ich sie dann ihre beiden Lösungswege miteinander vergleichen oder das Ergebnis am Ende vor der Klasse präsentieren dürfen.
- Stationenlernen und Freiarbeit: Die Fermibox kann Teil eines Stationenlernens oder in der Freiarbeit sein. An einer Station können Schülerinnen und Schüler beispielsweise ein Puzzle lösen, an einer anderen Station geometrische Figuren konstruieren und an einer dritten Station mit Brüchen arbeiten. Dabei können sie sich selbstständig mit den verschiedenen Aktivitäten beschäftigen und ihr Verständnis von mathematischen Konzepten vertiefen. Oftmals gebe ich den Schülerinnen und Schüler, welche das Übungsblatt bereits erledigt haben, eine Aufgabenkarte aus der Fermibox. Anstatt also ein weiteres Übungsblatt zu erhalten, bekommen sie von mir eine besondere Herausforderung. Viele empfinden dies dann als eine Belohnung, weil sie so gut gearbeitet haben und bemühen sich beim nächsten Mal wieder, mit ihren Aufgaben ganz schnell fertig zu werden.
- Hausaufgaben: Lehrerinnen und Lehrer können Aufgaben aus der Fermibox als Hausaufgabe geben, um das Lernen außerhalb des Unterrichts zu fördern. Oftmals werden dabei auch die Eltern gefordert, wenn sie ihr Kind bei der Hausaufgabe unterstützen. Manchmal gebe ich eine Eltern-Kind-Hausaufgabe auf und stelle ihnen eine Aufgabe aus der Fermibox. Es wird dann zuhause gemeinsam gerätselt, nach einem Lösungsweg gesucht und Mathematik gemeinsam erlebt.
- Entwicklung von eigenen Aufgabenstellun-

gen: Die Fermibox bietet mit ihren vielen verschiedenen Aufgabenkarten, welche nach Lebensbereichen sortiert ist, eine Vielzahl von Inspirationen. Meine Schülerinnen und Schüler entwickeln derzeit selbst Aufgabenstellungen. Wir sind beim Thema „Körper“ außerhalb vom Schulgebäude auf die Suche gegangen, nach Gegenständen, welche in Form von offenen Aufgaben berechnet, werden können. Es hat die Schülerinnen und Schüler sehr motiviert, die selbsterstellten Aufgaben dann auch zu lösen und vor der Klasse zu präsentieren.

Zusammengefasst lässt sich sagen, dass die Fermibox viele Möglichkeiten beinhaltet, um den Mathematikunterricht abwechslungsreicher und interaktiver zu gestalten. Sie kann dazu beitragen, das Interesse der Schülerinnen und Schüler an Mathematik zu fördern und ihr Verständnis von mathematischen Konzepten zu vertiefen. Die Box hat sich im Laufe der Jahre weiterentwickelt und enthält heute eine Vielzahl von Aktivitäten, die auf verschiedene mathematische Konzepte und Fähigkeiten abzielen. Es eröffnet den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, abseits vom Lehrplan zu arbeiten und kreative Lösungswege zu entwickeln. In meinem Unterricht ist sie ein fixer Bestandteil und wird das wohl auch noch eine Weile bleiben. Wenn ich mit meinem Artikel ihr Interesse für die Fermi-Box und deren Einsatz geweckt habe, können Sie mich gerne für Fragen oder Hilfestellungen unter schwarz.c@praxis-schule.at kontaktieren.

Literatur

Baeyer, H. (1996). Essay: Fermis Lösung. In P. A. Tipler, Tipler. Spektrum Akademischer Verlag.

Tall, D. (2013). How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics. Cambridge University Press.

Geometrie und Bewegung

Brigitta Békési

*Dieser Artikel untersucht die Durchführung von Mathematikaufgaben außerhalb des Klassenzimmers mit dem Ziel, das Lernen und die Motivation der Schüler*innen zu verbessern. Zwei spezifische Aufgaben werden vorgestellt: die Konstruktion eines riesigen Koordinatensystems im Eingangsbereich der Schule und der Bau einer geodätischen Kuppel. Diese Aufgaben fördern kooperatives Lernen, Kreativität und sozialen Konstruktivismus. Die Ergebnisse zeigen, dass Schüler*innen und angehende Lehrer*innen positiv auf die Aufgaben reagierten und die Vorteile von Outdoor-Unterrichten und vom kooperativen Lernen hervorheben.*

Schlagwörter: Outdoor, Geometrie, kooperativ, sozialer Konstruktivismus, Kreativität, Affect.

Einführung

Mathematik gilt als schwieriges Fach und viele Schüler*innen behaupten, es sei langweilig und repetitiv. Daher ist es wichtig, Aufgaben zu gestalten, die für Schüler*innen interessant sind und für Lehrer*innen im Hinblick auf ihren Unterricht nützlich sind. Dies war die Motivation für die Gestaltung der in den späteren Abschnitten detailliert dargestellten Aufgaben. Die Aufgaben wurden von angehenden Lehrer*innen während STEAM-Bildungsworkshops positiv aufgenommen, und ihre positiven Reaktionen führten zur Umsetzung dieser Aufgaben in ihren eigenen Klassenzimmern. STEAM ist die englische Übersetzung von MINT. Es handelt sich um einen fächerübergreifenden Ansatz im Unterricht, der darauf abzielt, den Schüler*innen Anwendungsbereiche aufzuzeigen, damit sie den Sinn des Gelernten erkennen und motivierter sind. Der Buchstabe 'A' steht für Kunst und ergänzt das Konzept, indem er einen weiteren Bereich hinzufügt, in dem Mathematik erkannt und angewendet werden kann. In den folgenden Abschnitten werden die Theorien, die den Aufgaben zugrunde liegen, eine Beschreibung der Aufgaben selbst, unsere Ergebnisse und das Feedback von Schüler*innen und angehenden Lehrer*innen diskutiert.

Theoretischer Rahmen

Die vorgestellten Aufgaben wurden auf der Grundlage von drei Theorien entworfen. Die erste betrifft Lernumgebungen: Liljedahl und Zager (2021) haben gezeigt, dass das Lernen außerhalb des traditionellen Klassenzimmers die Lernergebnisse der Schüler*innen verbessert. Darüber hinaus ermöglicht die Änderung der sozialen Form, d.h. die Arbeit in Teams, Zusammenarbeit und freie Kommunikation zwischen den Schüler*innen, was ebenfalls förderlich für das Lernen zu sein scheint. Weiterhin haben Cahyono und Ludwig festgestellt, dass Outdoor-STEAM-Aufgaben besonders förderlich für das Lernen sind, da sie auf realen Problemen und Kreativität aufbauen (Cahyono & Ludwig, 2019). Kreativität, die Schaffung und Konstruktion eines Artefakts, Wissens oder eines sozialen Netzwerks sowie deren Auswirkungen auf das Lernen wurden vom Konstruktivismus und sozialen Konstruktivismus untersucht (Papert & Harel, 1991). Eine Fortsetzung der konstruktivistischen Bewegung war die Forschung zum Affect, d.h. wie der emotionale Zustand die Fähigkeit der Schüler*innen zum Lernen beeinflusst. Picard behauptete, dass positive Emotionen das Interesse erhöhen und Schüler*innen motivieren und somit das Lernen verbessern (Picard et al., 2004). Diese drei Aspekte interagieren miteinander und tragen zum Lerneffekt bei. Im folgenden Abschnitt werden wir die Aufgaben, die Aufgabenstellung, die notwendigen Vorbereitungen, den mathematischen Inhalt und die Durchführung der Aufgaben beschreiben.

Aufgabenbeschreibung

Im Folgenden werden zwei Aufgaben vorgestellt. Die erste besteht darin, ein Koordinatensystem auf dem mit quadratischen Fliesen bedeckten Boden des Eingangsbereichs des Schulgebäudes zu konstruieren, die zweite besteht darin, eine geodätische Kuppel zu bauen.

Riesiges Koordinatensystem

Das Ziel dieser Aufgabe ist es, Punkte in einem Koordinatensystem zu markieren und ihre Koordinaten zu definieren. Die Aufgabe wurde als Klassenprojekt in zwei aufeinanderfolgenden Jahren in zwei 5. Klassen durchgeführt. Drei oder vier Schüler*innen bildeten eine Gruppe. Am Koordinatensystem arbeiteten aber nie mehrere Gruppen gleichzeitig. Sie erhielten die Koordinaten der Punkte, die sie mit Malerband auf den Boden kleben mussten. In der Zwischenzeit hatte der Rest der Schüler*innen eine andere Aufgabe und war im Klassenzimmer. Die ersten beiden Gruppen konstruierten die Achsen, dies war allen Schüler*innen bekannt. Später musste jede Gruppe einige Punkte markieren und verbinden. Sie konnten sehen, was bereits getan wurde, den Rest konnten sie nur erraten. Sie wussten daher nicht woran sie arbeiteten. Erst als alle Gruppen die Aufgabe abgeschlossen hatten, wurde das gesamte Bild sichtbar. Wir konstruierten ein Bild eines kleinen Hauses mit Tür, Fenster und Kamin zum Schluss. Die Aufgabe erfordert wenig Vorbereitung und kann während einer regulären Unterrichtsstunde durchgeführt werden.

Abbildung 1: Die y – Achse entsteht

Abbildung 2: Das Team

Abbildung 3: Das fertige Haus mit dem Koordinatensystem

Geodätische Kuppel

Diese Aufgabe war Teil eines größeren Projekts, das sich um den Mars drehte und die Vor- und Nachteile des Niederlassens auf dem Mars diskutierte. Die Beschreibung des gesamten Projekts sprengt den Rahmen dieses Papiers. Wir werden uns nur auf den Bau einer geodätischen Kuppel und den damit verbundenen mathematischen Inhalt konzentrieren. Die Aufgabe wurde von zwei 7. Klassen durchgeführt. Die Idee war, ein Haus zu bauen, das einfach zu bauen und sehr stabil ist, und starkem Wind standhält. Eine geodätische Kuppel hat diese Eigenschaften, wie die Schüler*innen bei der Arbeit am Mars-Projekt herausfanden. Eine geodätische Kuppel ist eine Kuppel aus gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken. Um das Modell zu bauen, mussten wir Zeitungsbögen zu Stäben rollen, wie auf den Bildern zu sehen ist. Um sich auf die Aufgabe vorzubereiten, sammelten wir Zeitungen und Klebeband. Wir verwendeten Anleitungen, die im Internet gefunden wurden (Activity: Geodesic Dome Handout, 2023). Für die Konstruktion der

Kuppel wird ungefähr eine Doppelstunde benötigt. Vor allem die Vorbereitungen und das Rollen der 65 Stäbe aus Zeitungspapier braucht Zeit. Es ist hilfreich, eine Schülerin oder einen Schüler auszuwählen, die oder der für diese Phase verantwortlich ist, die Stäbe in zwei Gruppen je nach Länge sortiert und zählt.

Abbildung 4: Die ersten Schritte

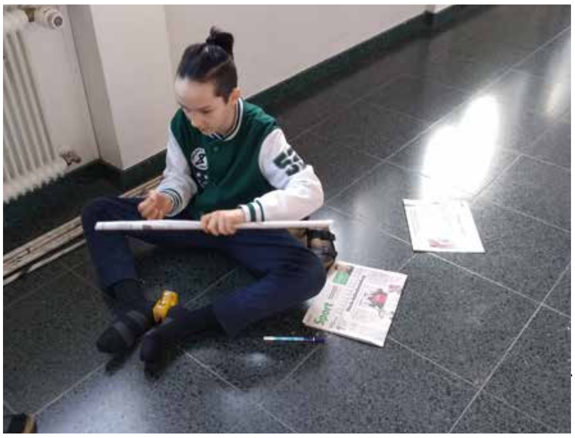


Abbildung 5: Die Papierröhrchen werden gerollt

Grundsätzlich arbeiteten die Schüler*innen aber allein. Sie organisierten kleinere Gruppen, wobei eine Schülerin oder ein Schüler den Vorgang und die Bauanweisungen beobachtete und der Klasse in jeder Phase erklärte, was zu tun war. Die Bauzeit betrug etwa 40 Minuten. Wichtig ist, dass die Lehrperson die Anweisungen gut vorbereitet. Dies beinhaltet die genaue Erklärung, was zu tun ist. Damit die Schüler*innen die Aufgabe als sinnvoll erleben, muss auch die Vermittlung des mathematischen Hintergrunds und Rahmens erfolgen. Wir arbeiteten an skalierten Zeichnungen, konstruierten Dreiecke und bestimmten die Fläche von Dreiecken und versuchten herauszufinden, wie sich die Fläche ändert, wenn wir etwas mit einem bestimmten Faktor verkleinern oder vergrößern. Zuerst entschieden wir uns, die Dreiecke um den Faktor 10 zu verkleinern. Als nächstes konnten wir nach dem Konstruieren der Dreiecke die Höhen messen, um die Fläche zu berechnen. Mit diesem Ergebnis konnten wir die Oberfläche der echten Kuppel berechnen, die wir bauen wollten. Wir diskutierten auch, warum wir mehr Material bestellen müssen, um die Kuppel zu bedecken als berechnet wurde und versuchten, eine Schätzung abzugeben.

Abbildung 6: Bauphase

Ergebnisse

Um herauszufinden, wie die Schüler*innen über die Aufgaben und deren Auswirkungen auf ihr Lernen denken, haben wir ihnen einen Fragebogen zu den Aufgaben ausgegeben, den sie beantworten mussten. Wir stellten fest, dass die Schüler*innen beide Aufgaben genossen haben und erkannten, welche mathematischen Inhalte vermittelt wurden. Sie waren sich jedoch nicht sicher, ob sie dank des Projekts mehr gelernt haben. Was sie wirklich mochten, war, dass sie in Gruppen arbeiten konnten. Die in der Klasse geführte Diskussion über die Oberfläche und das Volumen der geodätischen Kuppel fanden wir

Abbildung 7: Die fertige Kuppel

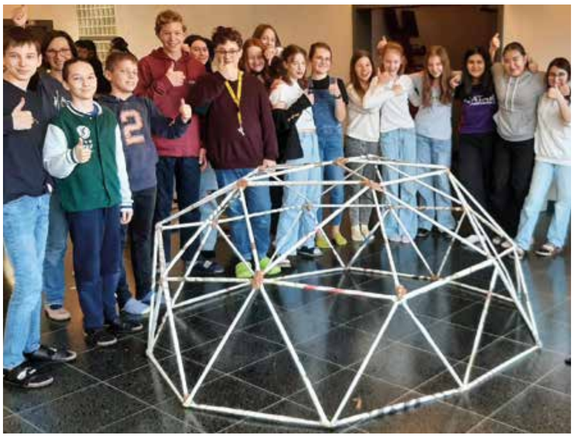


Abbildung 8: Etwas eng, aber viele passen unter die Kuppel

sehr interessant. Mit Hilfe von maßstabsgetreuen Zeichnungen konnten wir die Oberfläche berechnen. Das Volumen zu finden ist ein komplexeres Problem. Die Schüler*innen hatten folgende Vorschläge:

- Da wir die Kuppel bereits gebaut haben, könnten wir so viele Würfel wie möglich hineinlegen und das Volumen schätzen. Dieser Vorschlag weist in Richtung einer niedrigeren Summe bei der Berechnung eines Integrals.
- Eine andere Idee war, die Kuppel mit Wasser zu füllen und das Volumen des Wassers zu messen.
- Der dritte Vorschlag war, die Kuppel zu verkleinern, aus Holz herzustellen, zu wiegen und ihr Volumen zu berechnen, und dann Proportionen zu verwenden, um das Volumen der eigentlichen Kuppel zu bestimmen.

Wir sind stolz darauf, festzustellen, dass die Schüler*innen in unserer Klasse die Art des Denkens demonstriert haben, die von Liljedahl und Zager (2021) beschrieben wurde. Indem wir ihnen ein Problem präsentierten, das ihr Interesse weckte, haben wir erfolgreich eine motivierende Lernumgebung geschaffen. Die gleichen Aufgaben wurden in zwei Workshops auch angehenden Lehrer*innen vorgestellt. In einem der Workshops haben wir eine geodätische Kuppel gebaut und die möglichen mathematischen Probleme diskutiert, die man mit Schüler*innen besprechen könnte. Basierend auf dem Feedback, das wir von den angehenden Lehrer*innen erhalten haben und unseren eigenen Beobachtungen war es offensichtlich, dass sie die Aufgabe genossen haben. Besonders deshalb, weil sie sich in Bewegung und handlungsorientiertem Lernen engagieren konnten. Es fehlen jedoch Informationen darüber, ob diese angehenden Lehrer*innen die Aufgabe in ihrer eigenen Unterrichtspraxis umgesetzt haben. Interessanterweise war die Aufgabe mit dem Riesenkoordinatensystem bei den angehenden Lehrer*innen beliebter, und viele von ihnen haben es tatsächlich in ihren Unterricht integriert. Dies legt nahe, dass die Aufgabe bei ihnen gut ankam und sie ihren Wert erkannten.

Diskussion

Unsere Ergebnisse stimmen mit der Forschung von Liljedal und Zager (2021) überein. Wir konnten weitere Beweise dafür finden, dass Bewegung und Problemlösung außerhalb des Klassenzimmers eine motivierende Wirkung haben und das Lernen verbessern können. Wir haben auch festgestellt, dass STEAM-Probleme gute Möglichkeiten bieten, den Schüler*innen sinnvolle Aufgaben aus dem realen Leben zu stellen. Es könnte eine interessante Frage für weitere Forschungen sein, warum angehende Lehrer*innen eine Aufgabe umsetzen und eine andere nicht und wie sie Aufgaben auswählen, die sie verwenden möchten.

Schlussfolgerung

Die Ergebnisse unserer Studie, zusammen mit der vorhandenen Literatur, betonen die Bedeutung von Aufgaben, die aktive Teilnahme, kreatives Denken und Teamarbeit fördern. Indem wir eine Lernumgebung schaffen, die diese Elemente integriert, können wir die Lernerfahrungen der Schüler*innen verbessern. Es ist auch entscheidend, Aufgaben zu entwickeln, die nicht nur für Schüler*innen ansprechend sind, sondern auch für Lehrer*innen leicht anwendbar sind und letztendlich zu verbesserten Lernergebnissen führen. Angehende und aktive Lehrer*innen müssen ermutigt werden, innovative Lehrmethoden anzuwenden, auch wenn sie diese aus ihrer eigenen Schullaufbahn oder Lehrer*innenausbildung nicht kennen.

Literatur

Activity: Geodesic Dome Handout. (2023, May 2). https://www.pbs.org/wgbh/buildingbig/educator/act_geodesic_ho.html

Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2019). Teaching and Learning Mathematics around the City Supported by the Use of Digital Technology. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15(1), em1654. https://doi.org/10.29333/ejmste/99514

Liljedahl, P., & Zager, T. (2021). Building thinking classrooms in mathematics: 14 teaching practices for enhancing learning: Grades K-12. Corwin Mathematics. Corwin.

Papert, S., & Harel, I. (1991). Situating constructionism. Constructionism, 36(2), 1–11.

Picard, R. W., Papert, S, Bender, W., Blumberg, B., Breazeal, C., Cavallo, D., Machover, T., Resnick, M., Roy, D., & Strohecker, C. (2004). Affective Learning - A Manifesto. BT Technology Journal, 22(4), 253–269.
https://doi.org/10.1023/B:BTTJ.0000047603.37042.33

Lehrreiche Spiel- und Filmstunden

Spielen im Mathematikunterricht

Wie Game-based Learning das Lernen bereichern kann

Elena Huber & Johannes Grabher

Spielerisches Lernen kann Spaß am Mathematiklernen merklich erhöhen. In diesem Artikel stellen wir zwei design-basierte Forschungsprojekte vor, die durch den Einsatz von Spielelementen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe dieses Ziel erreichen. Nach einem kurzen theoretischen Überblick zu Game-based Learning und Gamification im Unterricht werden aufbauend auf fachlichen und fachdidaktischen Überlegungen das Design (1) eines analogen Krimidinners als Rollenspiel zur mathematikhistorischen Problemstellung der Winkeldreiteilung und (2) eines digitalen Lernpfades zur Höhenbestimmung mit dem Försterdreieck beschrieben. Aus den Ergebnissen der Studien werden zentrale Design-Prinzipien abgeleitet, die für die Erstellung weiterer derartiger Lerndesigns herangezogen werden können. Unsere Untersuchungen haben gezeigt, dass die exemplarischen Lernspielgelegenheiten einen gewinnbringenden Beitrag zur Förderung von Motivation und Spaß im Fach Mathematik leisten können.

Schlagwörter: Game-based Learning, Gamification, Design-Based Research

Einleitung

Milliarden von Menschen besitzen ein Smartphone und haben dadurch Zugang zu einer Vielzahl an Spieleplattformen. Digitale Spiele gewinnen immer mehr an Popularität und sind Teil der Freizeitbeschäftigung und Unterhaltung. Obwohl viele Menschen regelmäßig spielen, erkennen oft nur wenige die mit dem Spielen verbundenen Lernprozesse. Das Lernpotenzial von (digitalen) Spielen kann auch für formelle Bildungsziele genutzt werden (Le et al., 2013). Werden die Vorteile von Spielen beziehungsweise Spieltechnologien genutzt, können motivierende, unterhaltsame und interaktive Lernumgebungen für Schüler*innen geschaffen werden. Da die Freizeitgestaltung von Lernenden gegenwärtig vielfach auf Unterhaltung ausgerichtet ist, erscheint dieser Ansatz als sehr vielversprechend, um Motivation und Aktivität der Kinder zu steigern (Tang et al., 2009).

Wichtige Aspekte für Lernprozesse und das Erreichen von Lernzielen sind eine motivationale und emotionale Bereitschaft, sich mit einem Lerngegenstand zu befassen (Schukajlow et al., 2023). Es zeigt sich, dass Motivation einerseits zu besseren fachbezogenen Lernergebnissen führt, andererseits auch selbst ein Lernergebnis des Mathematikunterrichts sein kann. Ebenso stellen positive Emotionen einen verstärkenden Effekt für mathematisches Lernen dar, genauso wie erfolgreiches beziehungsweise als erfolgreich empfundenes mathematisches Lernen ein selbstverstärkendes Ergebnis des Fachunterrichtes sein kann. Emotion und Motivation haben in den vergangenen Dekaden eine steigende Aufmerksamkeit in der Mathematikdidaktik erhalten.

Aufbauend auf diesen Theorien stellen wir im Folgenden zwei design-basierte Forschungsprojekte (Bakker, 2018) vor, die Spaß und Motivation im Fach Mathematik fördern können. Im Allgemeinen geht es bei Designforschung um die Frage, wie Bildung sein könnte beziehungsweise sein sollte. Die Aufgabenbereiche von Designforscher*innen sind vielfältig. Sie versuchen Probleme zu lösen, das Potenzial neuer Technologien für das Lernen und Lehren aufzuzeigen und sie betonen auch die Notwendigkeit Lernende mit essentiellen Fähigkeiten für die Zukunft auszustatten (Bakker, 2018). Mit diesem Artikel fokussieren wir auf die Umsetzung der dementsprechend erstellten Lerndesigns und die daraus abgeleiteten Erkenntnisse.

Game-based Learning und Gamification

Der Begriff *Game-based Learning* stammt aus dem angloamerikanischen Raum. Die Kernidee dieser Art des Lernens ist die Verbindung zwischen dem Nützlichen und dem Angenehmen. Mittels angenehmer spielerischer Aufbereitung sollen Lernenden nützliche Kompetenzen, Fähigkeiten sowie Einstellungen vermittelt werden. Der Fokus bei der Nutzung von Spielen liegt immer auf dem Lernkontext. Wichtig ist, dass das Einbeziehen von digitalen Spielen Lernprozesse fördert und unterstützt. Um zu betonen, dass der Fokus meist auf digitalen Spielen liegt, wird vermehrt von *Digital Game-based Learning (DGBL)* gesprochen (Becker, 2021; Le et al., 2013; Wechselberger, 2009). Für den Begriff *Gamification* finden sich in der Literatur unterschiedliche Definitionen, welche sich oft überschneiden und von Kiryakova et al. (2014) wie folgt zusammengefasst werden: „Gamification is an integration of game elements and game thinking in activities that are not games.“ (S. 1) Das bedeutet, dass das Lernen durch Spielelemente angereichert wird, der Lernprozess an sich aber kein Spiel ist. Spielerische Komponenten werden aktuell bereits vielfach in schulischen Kontexten, aber beispielsweise auch bei Unternehmen eingesetzt, die das Ziel verfolgen, die Markenassoziation und -treue durch Belohnungssysteme, Punkte oder andere anreizbasierte Techniken zu erhöhen (Becker, 2021; Kiryakova et al., 2014). In der Literatur lassen sich folgende charakteristische Merkmale für Gamification finden, welche in Tabelle 1 zusammengefasst sind:

Tabelle 1: Merkmale der Gamification nach Kiryakova et al. (2014, S. 1)

Gamification Merkmale nach Kiryakova et al. (2014)	
Nutzer*innen	Nutzer*innen sind Teilnehmer*innen, wie Mitarbeiter*innen, Student*innen etc.
Herausforderungen/Aufgaben	Nutzer*innen erfüllen Aufgaben mit einem bestimmten Ziel
Punkte	Beim Ausführen von Aufgaben werden Punkte gesammelt
Stufen	Nutzer*innen durchlaufen unterschiedliche Stufen
Abzeichen	Als Belohnung erhalten die Nutzer*innen Abzeichen
Einstufung der Nutzer*innen	Nutzer*innen werden aufgrund der Leistung eingestuft

Gamification zeichnet sich dadurch aus, dass Lernende als Nutzer*innen an verschiedene Aufgaben herangeführt werden. Dabei kann als Belohnungssystem zum einen eine Form der Punktevergabe, zum anderen eine Form von Auszeichnungsgraden angewandt werden. Die Nutzer*innen werden dabei mit unterschiedlichen Stufen konfrontiert und anhand ihrer persönlichen Leistung auf einer Leistungshierarchie eingestuft (Kiryakova et al., 2014).

Zusammenfassend zeigt sich, dass Game-based Learning und Gamification Lernsettings sind, deren vorrangige Intention zunächst nicht war, Spiele oder Spielelemente in den Lernprozess zu integrieren, dieser aber mit ebendiesen angereichert wurde. Game-based Learning zeichnet sich dadurch aus, dass ein vollumfassendes Spiel vorliegt, während Gamification nur einzelne Spielelemente integriert. In beiden Fällen soll dadurch die Motivation der Lernenden erhöht werden. Im Idealfall verstärken die im Spiel oder im Spielelement erreichbaren Ziele die intrinsische Motivation der Lernenden insofern, als dass sie von sich aus diese Ziele erreichen wollen, und überlagern so das extern vorgegebene Lernziel. Intrinsische Motivation beeinflusst die Nachhaltigkeit des Lernens positiv und wesentlich stärker als extrinsische (Schukajlow et al., 2023).

Mit einem *Krimidinner* auf den Spuren der Winkeldreiteilung

Um eine spielerische und unterhaltsame Möglichkeit, Mathematikgeschichte zu erleben und zu lernen, in den Unterricht integrieren zu können, wurde vor dem Hintergrund der anfangs vorgestellten Erkenntnisse ein Krimidinner – also ein Rollenspiel mit mathematischem und historischem Inhalt – für den Sekundarstufenunterricht generiert. Als gewählter Lerngegenstand wurde das klassische Problem der Winkeldreiteilung gewählt. Forschungsleitende Fragestellung der Studie ist, inwieweit historisch-mathematisches Lernen motivationsförderlich in einem Lerndesign eines Krimidinners umgesetzt werden kann und welche Lernprozesse sich dabei bei Lernenden beobachten lassen.

Zentrale fachliche Aspekte

Mit dem Begriff *Winkeldreiteilung* ist die Fragestellung gemeint, ob und wie ein beliebiger Winkel in drei kongruente Winkel mittels Zirkel und Lineal geteilt werden kann (Brückler, 2017). Die Winkeldreiteilung bildet eines der drei klassischen Probleme der Geometrie im antiken Griechenland während der athenischen Periode.

Neben dem Problem der Würfelverdoppelung und der Quadratur des Kreises ist es scheinbar das am wenigsten diskutierte der damaligen Zeit gewesen. Erst im 19. Jahrhundert stellte sich endgültig heraus, dass eine derartige Konstruktion mit Zirkel und Lineal allein nicht zu bewerkstelligen ist. Gleichwohl lieferten mehrere antike Mathematiker Beiträge zu Näherungs- und Neusis-Konstruktionen, so zum Beispiel Hippokrates von Chios und Hippias von Elis.

Im vorgestellten Lerndesign werden sechs Persönlichkeiten der griechischen Mathematik näher behandelt: Hippokrates von Chios, Platon, Archytas von Tarent, Hippias von Elis, Anaxagoras aus Klazomenai und Hypatia von Alexandria. Die ersten fünf Männer wurden hierfür ausgewählt, da sie aus der athenischen Periode stammen, in welcher das Problem der Winkeldreiteilung große Aufmerksamkeit erhielt (Brückler, 2017). Die letzte Figur, Hypatia von Alexandria, ist nicht dieser Zeit zuzuordnen, wurde aber gewählt, um auch eine weibliche Persönlichkeit der antiken Mathematik vertreten zu haben. Die Biographien dieser Persönlichkeiten sollen an dieser Stelle nicht weiter erläutert werden, stattdessen sei auf einschlägige mathematikhistorische Literatur verwiesen (z.B. Brückler, 2017). Gemeinsam ist allen Persönlichkeiten, dass sie mehr oder weniger deutliche Berührungspunkte mit den klassischen Problemen der griechischen Mathematik aufweisen, weswegen sie hier einbezogen wurden.

(Fach)didaktische Überlegungen

Das Krimidinner im Kontext schulischen Lernens kann naheliegenderweise in der Unterrichtsmethode des Rollenspiels eingeordnet werden. Laut Stuckenhoff (1978) tragen Rollenspiele zur Entwicklung von Empathie, Problembewusstsein und gerade im Alter der Sekundarstufe thematischem und in weiterer Folge sogar politischem Weitblick bei. Rollenspiele ermöglichen laut ihm ein besonders intensives Erfahren der behandelten Inhalte. Rollenspiele im Mathematikunterricht bieten die Möglichkeit, Situationen menschlicher Interaktion nachzustellen und so ungewohnte Zugänge zur Mathematik herzustellen (Tzanakis et al., 2000). Das Wiederbeleben „alter" Debatten der Wissenschaft kann Lernenden dabei helfen, ihre Vorstellungen darüber zu formulieren und reflektieren.

Vollrath und Roth (2012) bezeichnen im Kontext problemorientierten Lernens das Problem der Winkeldreiteilung wörtlich als „nicht sehr beeindruckend" (S. 63), bezogen auf die Erkenntnis, dass die Konstruktion allein mit Zirkel und Lineal nicht durchführbar ist. Jedoch streichen sie hervor, dass das Problem die Einsicht hervorbringen kann, dass die jahrhundertelange Beschäftigung mit dieser Frage bedeutsame Erkenntnisse in der Wissenschaft ermöglichte, da es für zahlreiche Mathematikbetreibende quasi ein Faszinosum war. Weigand et al. (2018) heben bezogen auf den Kompetenzerwerb im Rahmen des Geometrieunterrichts hervor, dass mit *Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen* neben kreativen und praktischen Fähigkeiten sowie Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten einerseits Begriffe fassbar gemacht und andererseits Kenntnisse vermittelt werden können. Die Winkeldreiteilung eignet sich somit auch exemplarisch, die Grenzen einer Geometrie, die sich auf wenige Techniken (in diesem Fall Zirkel und Lineal) beschränkt, zu verdeutlichen und eröffnet den Weg zu einer Erweiterung des Anwendungsrepertoires in der Beschäftigung mit einer solchen Fragestellung. Eine Alternative zu den bedeutenden Werkzeugen Zirkel und Lineal bildet das Falten, was im Krimidinner spielerisch eingebaut wurde. Alle Konstruktionen, die durch jene Werkzeuge hervorgehen, können auch durch Faltung entstehen. Das Falten von Papier ist in der Lebenswelt von Schüler*innen bereits früh bekannt und bietet daher Anschlussmöglichkeiten für Faltprobleme in Bezug auf die Geometrie des Mathematikunterrichts.

Das Lerndesign berücksichtigte in der Erstellung zentrale Elemente sinnstiftender (*meaningful*) Gamification nach Nicholson (2015), was er mit dem Akronym RECIPE beschreibt (siehe Tabelle 2). Hierbei betont er insbesondere die Freiheit von Lernenden, sich im Lernsetting einzubringen.

Nicholson fordert vom Aspekt *Reflection*, dass die gemachten Erfahrungen, beispielsweise von Spaß, den Lerneffekt nicht überlagern, sondern verstärken sollen. Im Sinne der *Exposition* sollen Lernende in mehreren Phasen Informationen beziehungsweise Geschichten erhalten, was in fachlicher Hinsicht naheliegenderweise auch eng mit

Tabelle 2: RECIPE für sinnstiftende Gamification nach Nicholson (2015, S. 5)

Reflection	Interesse wecken
	Erfahrungen ermöglichen
Exposition	fassbare Geschichte vermitteln
	eigene Geschichten erzählen lassen
Choice	Freiheit der Teilnehmenden
	Entscheidungsmöglichkeiten
Information	Vermittlung von Fachinhalten
	Verknüpfung mit Spielelementen
Play	Freiheit, zu experimentieren
	Freiheit, Fehler zu machen
Engagement	Zusammenarbeit ermöglichen
	"Entdeckergeist"

dem eigenen Punkt *Information* zusammenhängt. Der Aspekt *Choice* bezieht sich auf ein Spielsetting, das den Beteiligten Entscheidungsspielraum lässt. In Bezug auf den Punkt *Play* soll ein Raum geschaffen werden, der spielerisches Ausleben bestimmter Vorgaben und Informationen zulässt. Unter *Engagement* ist das voneinander abhängige Einbringen aller Beteiligten zu verstehen.

Erstellung des Lerndesigns

Das Lerndesign wurde im Jahr 2022 entworfen und erprobt. Abbildung 1 zeigt, welchem Ablauf der Designprozess folgte. Im Rahmen des Schreibens der Bachelorarbeit wurde das Krimidinner auf Basis von fachdidaktischer und pädagogischer Literatur aufgebaut. Wegen der durch die Coronapandemie entstandenen Schwierigkeiten, als externe Person an österreichischen Schulen ein solches Lerndesign durchzuführen, erklärten sich zwei Jugendgruppen der außerschulischen Jugendarbeit bereit, das Krimidinner durchzuführen. Die Ergebnisse dieses Prozesses werden im nächsten Abschnitt komprimiert zusammengefasst.

Crime Scene Olympia – Beschreibung des Krimidinners

Auf der Prämisse aufbauend, dass sich bedeutende antike Persönlichkeiten zum Austausch in Olympia trafen, beschäftigt sich die Handlung des Lerndesigns mit einem in Olympia organisierten Symposion: Dabei handelt es sich um eine antike Form eines Gastmahls, das sich – abhängig von der erscheinenden Gästeriege – mit theologischen, wissenschaftlichen und philosophischen Themen befasste (Felber et al., 2006). Im Fall des Lerndesigns versammeln sich in der Handlung also Mathematiker der athenischen Periode und Hypatia von Alexandria in Olympia bei einem Symposion, um dort in einem geistigen Wettstreit eine wissenschaftliche Frage, nämlich jener der Winkeldreiteilung, zu diskutieren.

Bei einem Krimidinner handelt es sich grundsätzlich um ein fiktives Rollenspiel, in welchem die Teilnehmenden mit einem kürzlich begangenen Mord konfrontiert werden und diesen gemeinsam lösen sollen. Dabei erhalten die Figuren gleichzeitig eigene, persönliche Interessen, die dem übergeordneten Ziel im Weg stehen können und so den Spielverlauf mit Spannung bereichern. Eine der teilnehmenden Personen übernimmt die Rolle des Täters beziehungsweise der Täterin und hat das eigennützige Ziel, nicht als solche*r erkannt zu werden. Das Krimidinner besteht aus mehreren Runden, bei welchen die Teilnehmenden jeweils mit neuen Informationen (und Aufgaben)

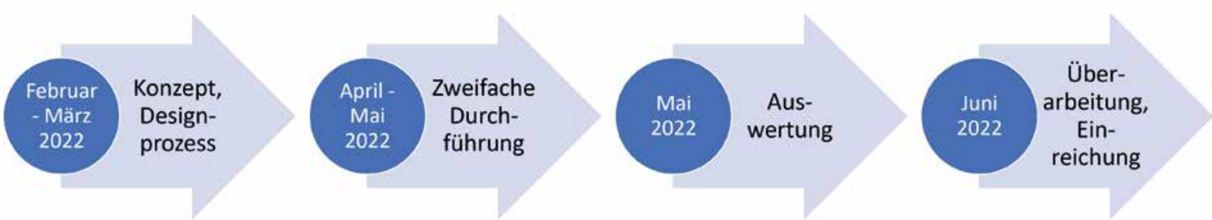


Abbildung 1: Zeitplan Krimidinner (Eigene Darstellung)

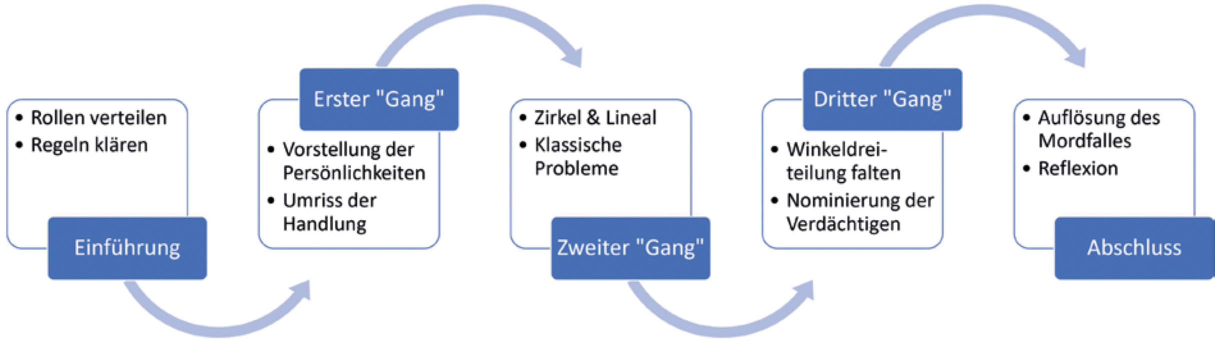


Abbildung 2: Aufbau Krimidinner (Eigene Darstellung)

konfrontiert werden. In der konkreten Handlung dieses Krimidinners hat ein mysteriöser Gastgeber die antiken Mathematiker und die antike Mathematikerin in Olympia zu einem geistigen Wettstreit versammelt, wird aber am Abend tot aufgefunden – nun werden alle geladenen Persönlichkeiten verdächtigt und mit den nach und nach zu findenden Informationen soll der oder die Schuldige gefunden werden.

Das Lerndesign nimmt für die Durchführung ca. 100 Minuten – also etwa zwei Unterrichtseinheiten – an Zeit in Anspruch. Der Ablauf wird in Abbildung 2 skizziert. Es beginnt mit einer Einführungsphase, die die Rollenverteilung und Regelfestlegung beinhaltet. Es folgen drei Erarbeitungsphasen (aus kulinarischer Sicht: Gänge), bei welchen im ersten Teil die historischen Persönlichkeiten vorgestellt werden sollen, im zweiten Teil die drei klassischen Probleme erörtert und im dritten Teil die Winkeldreiteilung mittels Origami-Faltung und der Mordfall mittels Zusammentragens aller gesammelter Informationen gelöst werden sollen. Am Ende stellt sich heraus, dass der ermordete Gastgeber eine Lösung für das Problem durch Faltung gefunden hatte, er aber zum Schweigen gebracht wurde – im Idealfall finden die Lernenden heraus, von welcher historischen Persönlichkeit dieser fiktive Mord begangen wurde. Hinweise darauf ergeben sich aus den Informationen, welche die Lernenden über die Persönlichkeiten erfahren (beispielsweise gibt sich Platon als militanter Verfechter der Beschränkung auf Zirkel und Lineal und wirkt so im Laufe des Rollenspiels immer mehr so, als wäre er bereit, einen Mord zu begehen, weil der Gastgeber das Falten als neue Methode einführt) sowie aus Alibis, die die Persönlichkeiten in der Handlung sammeln (so kommt es immer wieder vor, dass einzelne Figuren von niemandem beobachtet werden konnten oder ein Streit mit dem Gastgeber geschieht, was Verdacht erregen kann).

Bei der Durchführung erwiesen sich insbesondere Lernziele mit Fokus auf das historische Lernen (z.B. Persönlichkeiten kennen, fiktive von gesicherten Informationen unterscheiden) sowie auf die Grundlagen der drei klassischen Probleme als gut erreichbar (insbesondere die Faltkonstruktionen). Im Zusammenhang mit der zentralen Methodik des Lerndesigns an sich, dem Rollenspiel, ließ sich beobachten, dass es den Lernenden Freude bereitete und ihre Motivation förderte: Beispielsweise wurde „die Kombination Spiel, Spaß, Spannung mit ‚trockener' Mathematik" in einem Reflexionsbogen gelobt. Es ist außerdem auffallend, dass mehrere Lernende eine starke Identifikation mit ihrer zugewiesenen Rolle aufbauten, was sich an Ich-Formen, die in der Reflexion nach wie vor auf die Rolle selbst bezogen sind, zeigte.

Abgeleitete Design-Prinzipien

Aufbauend auf diesen Betrachtungen gelangen wir zu insgesamt drei zentralen Design-Prinzipien, die hier in einer stark reduzierten Form kumuliert werden:

Design-Prinzip 1: Soll ein mathematikhistorisches Rollenspiel designt werden, so sollten Rollen auf Basis historischer Persönlichkeiten vergeben werden. Die Behandlung von Mathematikgeschichte „vermenschlicht“ das Fach und macht es für Lernende nahbarer (Otero, 2015). Das geschichtsdidaktische Prinzip der Personalisierung und der Personengeschichte schafft Identifikationsmöglichkeiten (Rohlfes, 1999), die durch die Anwendung von Rollenspielen historische Entwicklungen umso mehr erfahrbar machen und mathematisch-historisches Lernen verstärken (Tzanakis et al., 2000).

Design-Prinzip 2: Soll mathematikhistorisches Wissen in Rollenspielen vermittelt werden, so sollte durch die Vergabe von unterschiedlichen Anliegen, Ansichten und vorgegebenen Fragen eine umfassende Behandlung entsprechender Themen ermöglicht werden. Historische Herangehensweisen und multiperspektivische Betrachtungen ermöglichen eine umfassendere Behandlung mathematischer Fragestellungen, die nicht von Auflagen o.ä. eingeschränkt ist (Otero, 2015).

Design-Prinzip 3: Soll in einem Lerndesign ein klassisches Problem der griechischen Antike behandelt werden, ist die Verwendung von einem Werkzeug jenseits von Zirkel und Lineal, dem Falten, unterstützend. Lernende kennen Zirkel und Lineal früh als Werkzeuge der Geometrie und erfahren durch die Behandlung der klassischen Probleme deren Grenzen (Weigand et al., 2018). Papierfalten ermöglicht eine leicht zugängliche Erweiterung des methodischen Repertoires (Flachsmeyer, 2009).

Zusammenfassung

Das hier vorgestellte Krimidinner steht in der Anwendung im Schulunterricht vor einem Hindernis: der untergeordneten Rolle der Mathematikgeschichte im Unterricht. Konkret ist damit der Umstand gemeint, dass der österreichische Lehrplan nur in kleinem Umfang eine Auseinandersetzung mit Mathematikgeschichte fordert und diese auch nicht verpflichtend ist (Fasanelli et al., 2000). Die vage gehaltene Forderung des österreichischen Lehrplans stellt aber gleichzeitig auch eine Chance zur flexiblen Umsetzung dar: Das *Krimidinner* kann somit grundsätzlich in der gesamten Sekundarstufe angewandt werden. Eine Anknüpfung an die Beschäftigung mit Winkeln ist sicherlich sinnvoll. Für die praktische Umsetzung eines solchen mathematikhistorischen Krimidinners zeigt sich, dass Personengeschichte, Historische Genese, mathematische Werkzeugrepertoireerweiterung und Multiperspektivität entscheidende Leitprinzipien für die Gestaltung dieser Unterrichtsmethode bilden. In summa zeigt sich, dass mathematisches und historisches Lernen im Rahmen eines Krimidinners zweifellos gewinnbringend umgesetzt werden kann, sofern zentrale Design- und Gestaltungsprinzipien zur Lernförderung beachtet werden. Ein Beitrag zu „Spaß an der Mathematik“ ist damit zweifelsohne möglich.

Ein *Lernspiel* zur Höhenbestimmung mit dem Försterdreieck

Aktuelle Studienergebnisse, wie beispielsweise die der JIM-Studie, zeigen, dass digitale Spiele einen festen Platz im Medienalltag von Jugendlichen haben. Die JIM-Studie untersucht seit mehr als zwei Jahrzehnten den Medienalltag von Jugendlichen. Durch das vermehrte Interesse an der digitalen Spielewelt erscheint es sinnvoll, Bildung mit Hilfe digitaler Spiele attraktiver für Schüler*innen zu gestalten (Feierabend et. al, 2021).

Basierend auf diesen Erkenntnissen, entsprechender Literatur zu Game-based Learning und fachdidaktischen Werken zur Geometrie (z.B. Weigand et al., 2018) wurde im ersten Schritt des vorgestellten Forschungsprojekts ein digitaler Lernpfad ausgearbeitet und mit Schüler*innen erprobt, sodass dieser in ein digitales Lernspiel weiterentwickelt werden kann. Mittels Design-Based Reserach wird einerseits untersucht, wie die digitale Aufbereitung des Lehrmaterials Schüler*innen beim Erwerb von Kompetenzen zum zweiten Strahlensatz unterstützen kann. Andererseits werden mit Hilfe der Ergebnisse der Implementierung die Lernprozesse der Kinder untersucht und Designprinzipien abgeleitet.

Zentrale fachliche Aspekte

Der entworfene Lernpfad beziehungsweise das digitale Lernspiel wurde im Sinne der MINKT-Bildung aufbereitet. Dementsprechend werden nicht nur mathematische Kompetenzen abgedeckt, sondern auch Thematiken aus den Bereichen der Informatik, der Naturwissenschaft, der Kunst und der Technik. Die MINKT-Bildung ist im Englischen bekannt als STEAM-Bildung. Analog werden die Fächer Science, Technology, Engineering, Arts und Mathematics thematisiert (Yakman, 2010). Wichtig war uns dabei, dass die Hintergrundgeschichte des Lernpfads trotz der diversen Fächerbezüge sinnvoll und verständlich für die Lernenden ist.

Der thematische mathematische Fokus liegt auf dem zweiten Strahlensatz. Mit Hilfe eines selbstgebastelten Försterdreiecks sollen die Kinder die Höhe eines Baumes bestimmen. Die Strahlensätze werden der Ähnlichkeitsgeometrie zugeordnet. Diese beschäftigt sich mit der Erkundung von Eigenschaften von Figuren, die in den vorhandenen Winkeln sowie einander entsprechenden Längenverhältnissen übereinstimmen (Weigand et al., 2018). Der zweite Strahlensatz besagt, dass sich die Abschnitte auf den Parallelen so zueinander verhalten, wie die von S aus gemessenen entsprechenden Abschnitte auf einem Strahl (siehe Abbildung 3) (Heckmann & Padberg, 2012).

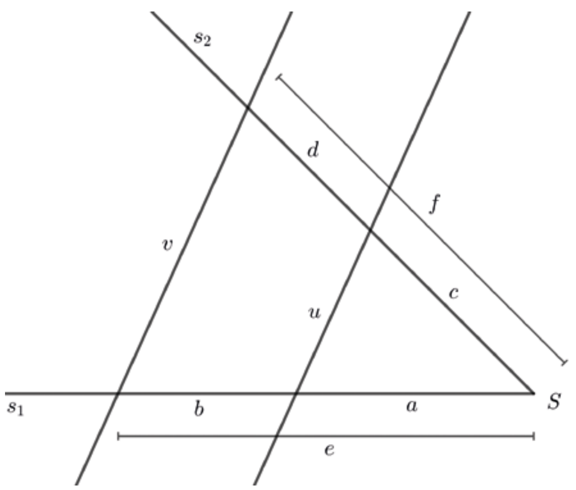


Abbildung 3: Veranschaulichung der Strahlensätze (Eigene Darstellung)

Das Försterdreieck ist ein bekanntes Beispiel für die Anwendung der Strahlensätze. Es ist ein einfaches Hilfsmittel, welches für die Höhenbestimmung von senkrecht stehenden Objekten verwendet werden kann. Bei dem Försterdreieck handelt es sich um ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck. Dies bedeutet, dass die beiden Katheten gleich lang sind und einen rechten Winkel einschließen (Weigand et al., 2018). Um mit Hilfe eines Försterdreiecks beispielsweise die Höhe eines Baumes bestimmen zu können, muss das Försterdreieck auf Augenhöhe so gehalten werden, dass die untere Kathete parallel zum Boden verläuft und die Spitze des Dreiecks die Spitze des Baumes anpeilt. Basierend auf den Erkenntnissen des zweiten Strahlensatzes kann die Höhe anschließend bestimmt werden, indem der Abstand zwischen der Person und dem Baum zur Augenhöhe der Person addiert wird. Die Summe ergibt die Höhe des Baumes.

(Fach)didaktische Überlegungen

Unter einem digitalen *Lernpfad* verstehen Roth und Wiesner (2014) eine „internetbasierte Lernumgebung, die mit einer Sequenz von aufeinander abgestimmten Arbeitsaufträgen strukturierte Pfade durch interaktive Materialien” (S. 1003) anbietet. Bei diesen Lernumgebungen können Kinder eigenverantwortlich, handlungsorientiert und selbsttätig auf ein Ziel hinarbeiten (Roth & Wiesner, 2014). *Lernspiele* (englisch *Educational Games*) sind eine eigene Spielekategorie. Ihr Schwerpunkt liegt auf der Bildung und dem Lernen. Mit dem Ziel, bestimmte (Lern-)ziele zu erreichen, sind Spiele dieser Art so konzipiert, dass sowohl neue Konzepte gelehrt als auch erlernte Inhalte vertieft werden können. Zu den einfachsten Lernspielen zählen Textaufgaben, Lückentexte oder Multiple Choice (Feil & Scattergood, 2005; Pedersen, 2003). Dennoch sind alle Lernspiele Aktivitäten, deren Ablauf, Inhalt und Struktur in pädagogischer Absicht und auf der Basis didaktischer Prinzipien gestaltet sind. Zugleich enthalten sie wesentlichen Charakteristika von Spielen (Meier & Seufert, 2003).

Die App *Almajuris Welt* von *Artfabrik* (2022) bildet ein anschauliches Beispiel für ein digitales Lernspiel für Kinder. Sie konzentriert sich auf die übersichtliche und spielerische Vermittlung von naturwissenschaftlichen Kenntnissen und findet sowohl im Unterricht als auch in der Freizeit Verwendung. Unser ausgearbeiteter digitaler Lernpfad soll nicht nur in weiterer Folge in ein digitales Lernspiel umgewandelt werden, sondern auch an die Spielidee von Almajuri anknüpfen und dieses erweitern.

Die geplante Erarbeitung der Strahlensätze und der somit verbundene Kompetenzzuwachs konzentrieren sich auf die beiden Leitideen *Messen* sowie *Raum und Form*. Diese bilden die theoretische Fundierung der Lernziele. *Messen* ist ein Grundprinzip im Bereich der Größen. Wird einer Größe eine Maßzahl zugeordnet, können unter anderem Berechnungen und Größenvergleiche durchgeführt werden. Dazu zählen beispielsweise Flächeninhalts- und Umfangsberechnungen, Volumen- und Oberflächenberechnungen sowie Berechnungen von Streckenlängen und Winkelgrößen. Das Erkennen, Darstellen und Konstruieren von geometrischen Objekten und Strukturen wird der Leitidee *Raum und Form* zugeordnet. Neben der sachgerechten Verwendung von Hilfsmitteln beim Zeichnen und Konstruieren, wie Zirkel oder Geo-Dreieck, sollen Schüler*innen auch mathematische Eigenschaften und Beziehungen behandeln. Dazu zählen Ähnlichkeit, Kongruenz, Lagebeziehungen und Symmetrien (Heckmann & Padberg, 2012).

Erstellung und Erprobung des Lernpfads

Der digitale Lernpfad wurde im Zuge der Masterarbeit Anfang des Jahres 2023 entworfen und Anfang April 2023 erstmals getestet. Für die erste Umsetzungsphase wurde der mathematische Teil mit fünf Schüler*innen erprobt.

Bereits bei der Erstellung des Lernpfads haben wir darauf geachtet, typische Spielelemente und Spielmerkmale aus der Literatur einzubauen. Dazu zählen beispielsweise Regeln, welche eine Struktur vorgeben, eine fundierte Hintergrundgeschichte, ansprechende Spielfiguren, ein hohes Maß an Aktivität der Spieler*innen etc. (Abt, 1987; Meier & Seufert, 2003; Tekinbas & Zimmerman, 2003). Abbildung 4 zeigt den zeitlichen Ablauf der Erstellung und Erprobung des Lernpfads.

Beschreibung und Ergebnisse des Lernpfads

Der digitale Lernpfad wurde mit Hilfe der App *Actionbound* erstellt. Diese ermöglicht eine übersichtliche Aufbereitung von diversen Lehrinhalten im Browser. Lernende können anschließend über das Smartphone oder ein Tablet auf den digitalen Lernpfad zugreifen. Die Hintergrundgeschichte des erarbeiteten Lernpfads konzentriert sich auf einen Waldhüter und einen Wissenschaftler, die den Lernenden wichtige Aufgaben der Natur und insbesondere der Bäume und des Waldes vermitteln. Neben den oben beschriebenen mathematischen Kompetenzen und Leitideen, nehmen die Lernenden im Spiel daher unter anderem auch essentielle naturwissenschaftliche Erkenntnisse mit. Als Belohnung für richtig gelöste Aufgaben sammeln die Schüler*innen Münzen.

Nach einem kleinen Einstieg und Input zur Photosynthese liegt der Fokus des Lernpfads auf der Mathematik (siehe Abbildung 5). Die Lernenden werden Schritt für Schritt an den zweiten Strahlensatz und das Försterdreieck herangeführt, bis sie schlussendlich mit einem selbstgebastelten Försterdreieck die Höhe eines Baumes bestimmen. Dabei erwartet die Schüler*innen vielfältige mathematische Aufgaben sowie ein Erklärvideo

Abbildung 4: Zeitplan Lernpfad (Eigene Darstellung)

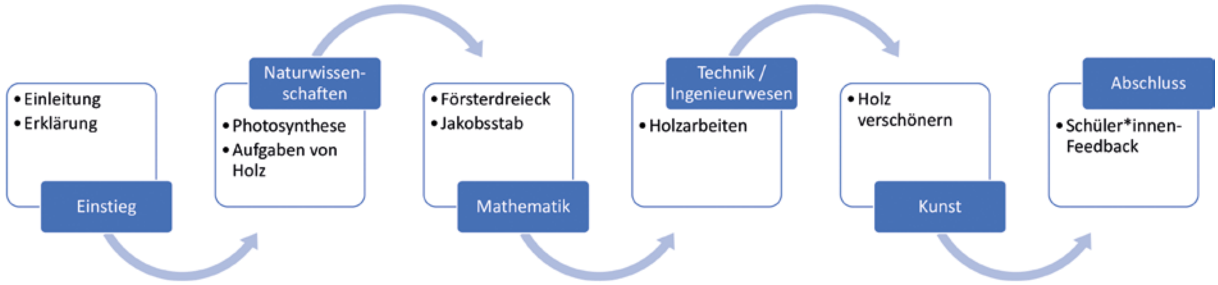


Abbildung 5: Aufbau Lernpfad (Eigene Darstellung)

zum Försterdreieck. Auch der Jakobsstab, der ebenso zur Längenbestimmung herangezogen werden kann, wird angesprochen und erläutert. In weiterer Folge werden die Fächer Technik, Ingenieurswesen und Kunst behandelt. Diese Teile wurden in der ersten Umsetzung noch nicht eingehend berücksichtigt.

Für die Umsetzung des mathematischen Teils des Lernpfads waren zirka 100 Minuten – zwei Unterrichtseinheiten mit je 50 Minuten – vorgesehen. Nach einer kurzen Einführung und Erläuterung seitens der Lehrperson luden alle Kinder die kostenfreie App herunter. Anschließend erhielten sie einen QR-Code, welcher direkt zum digitalen Lernpfad führte. Von diesem Moment an konnte jedes Kind den Lernpfad im eigenen Tempo durchlaufen. Ergebnisse der Erstumsetzung zeigten, dass die Lernenden den Lernpfad als sehr lehrreich und abwechslungsreich empfunden haben. Auch das Münzen-Belohnungssystem stieß auf positive Resonanz. Sowohl den Großteil der Theorieaufgaben als auch die praxisorientierte Höhenbemessung des Baumes konnten alle Lernenden meistern. Verbesserungspotential sahen die Lernenden vor allem bei der Erklärung zum Jakobsstab.

Abgeleitete Design-Prinzipien

Basierend auf den Ergebnissen der Erstumsetzung und dem Feedback der Schüler*innen können wir bislang drei zentrale Design-Prinzipien ableiten und damit den bisherigen Froschungsstand bekräftigen:

Design-Prinzip 1: Soll ein digitaler mathematischer Lernpfad (beziehungsweise in weiterer Folge ein mathematisches Lernspiel) entworfen werden, spielt eine ansprechende Hintergrundgeschichte eine wichtige Rolle. Eine Spielidee oder Geschichte sollte den Rahmen vorgeben und das Interesse der Lernenden wecken (Meier & Seufert, 2003).

Design-Prinzip 2: Soll eine spielerische Aufbereitung im Mathematikunterricht verwendet werden, um den Schüler*innen fachliche Inhalte zu vermitteln, ist darauf zu achten, dass ein hohes Maß an Selbständigkeit und Aktivität seitens der Kinder geboten wird. Ein Spiel ist eine Aktivität und sollte den Schüler*innen die Möglichkeit geben, aktiv und eigenständig zu lernen (Abt, 1987).

Design-Prinzip 3: Sollen digitale Lernpfade und -spiele im Unterricht zum Einsatz kommen, sollten diese immer ein quantifizierbares Ergebnis oder Ziel, beispielsweise in Form von Münzen oder Punkten, haben. Dies kann helfen, die Motivation der Schüler*innen zu steigern, und gibt ihnen die Möglichkeit sich nicht nur mit anderen zu vergleichen, sondern auch sich selbst herauszufordern und zu verbessern (Tekinbas & Zimmerman, 2003).

Zusammenfassung

Von großer Bedeutung für die Erstellung eines digitalen Lernpfads beziehungsweise eines Lernspiels im Mathematikunterricht sind eine ansprechende Hintergrundgeschichte, Aufgaben und Lerninhalte, welche die Selbständigkeit und Aktivität der Kinder fördert sowie ein quantifizierbares Ergebnis oder Ziel (Abt, 1987; Meier & Seufert, 2003; Tekinbas & Zimmerman, 2003). Der vorgestellte digitale Lernpfad zur Höhenbestimmung mit Hilfe des Försterdreiecks gibt jedem Kind die Möglichkeit, im eigenen Tempo zu lernen. Zusammenfassend zeigt sich, dass derartige spielerische Aufbereitungen das Interesse der Kinder wecken und eine tolle methodische Alternative für den Mathematikunterricht sind.

Fazit

Summa summarum demonstrieren sowohl der Lernpfad als auch das Krimidinner insbesondere folgende Aspekte: Zum ersten zeigen sie deutlich, dass spielerisches Lernen – ob *Game-based* oder *Gamified* – zur Motivation und zum Spaß an Mathematik beiträgt. Zum zweiten ermöglichen die Lerndesigns Lernenden, Mathematik als nicht nur von Rechenaufgaben geprägtes Fach wahrzunehmen. Zum dritten erwies sich die Aktivität der Lernenden bei beiden Lerndesigns als außerordentlich hoch. Sowohl Lernpfad als auch Krimidinner zeigen daher, dass Mathematikunterricht in unterschiedlichsten Formen sinnstiftend und motivationsfördernd bereichert werden kann.

Literatur

Abt, C. C. (1987). Serious Games. University Press of America.

Artfabrik. (2022). Almajuris Welt (Version 1.1) [Mobile app]. App Store https://apps.apple.com/at/app/almajuris-welt/id1601650552

Bakker, A. (2018). Design research in education: A practical guide for early career researchers. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203701010

Becker, K. (2021). What's the difference between gamification, serious games, educational games, and game-based learning? Academia Letters, Article 209. https://doi.org/10.20935/AL209.

Brückler, F. M. (2017). Geschichte der Mathematik kompakt: Das Wichtigste aus Arithmetik, Geometrie, Algebra, Zahlentheorie und Logik. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-55352-7

Fasanelli, F., Arcavi, A., Bekken, O., Carvalho e Silva, J., Daniel, C., Furinghetti, F., Grugnetti, L., Hodgson, B., Jones, L., Kahane, J., Kronfellner, M., Lakoma, E., Van Maanen, J., Michel-Pajus, A., Millman, R., Nagaoka, R., Niss, M., Pitombeira de Carvalho, J., Silva da Silva, C. M., Smid., H. J., Thomaidis, Y., Tzanakis, C., Visokolskis, S., & Zhou Zhang, D. (2000). The political Context. In J. Fauvel, J. Van Maanen, (Hrsg.), History in mathematics education: The ICMI Study. NISS 6 (S. 1–38). Springer Spektrum, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1_1

Feil, J., & Scattergood, M. (2005). Beginning Game Level Design. Thomson Course Technology.

Felber, H., Sallaberger, W., Schmitt-Pantel, P. & Binder, G. (2006). Gastmahl. In Der Neue Pauly. http://dx.doi.org/10.1163/1574-9347_dnp_e419290

Flachsmeyer, J. (2009). Mathematikdidaktische Belange des Origami. Mathematische Semesterberichte, 56(2), 201–214. https://doi.org/10.1007/s00591-009-0057-7

Heckmann, K. & Padberg, F. (2012). Zum Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I, 5-31. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2934-6

Kiryakova, G., Angelova, N., & Yordanova, L. (2014). Gamification in education. Proceedings of 9th International Balkan Education and Science Conference, Edirne, Türkei.

Le, S., Weber, P. & Ebner, M. (2013). Game-Based Learning. Spielend Lernen? In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien (2. Aufl., S. 267–276). Epubli.

Feierabend, S., Rathgeb, T., Kheredmand, H., Glöcker, S. (2021). JIM-Studie 2021. Jugend, Information, Multimedia. Basisuntersuchung zum Medienumgang 12- bis 19- Jähriger. Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest.

Meier, C. & Seufert, S. (2003). Game-based Learning: Erfahrungen mit und Perspektiven für digitale Lernspiele in der betrieblichen Bildung. In A. Hohenstein & K. Wilbers (Hrsg.), Handbuch E-Learning (S. 1–17). Fachverlag Deutscher Wirtschaftsdienst.

Nicholson, S. (2015). A RECIPE for Meaningful Gamification. In T. Reiners, L. Wood (Hrsg.), Gamification in Education and Business (S. 1–20). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10208-5_1

Otero, D. E. (2015). History Helps Math Make Sense. Math Horizons 22(4). https://doi.org/10.4169/mathhorizons.22.4.34

Pedersen, R. E. (2003). Game design foundations. Wordware Publishing, Inc..

Rohlfes, J. (1999). Ein Herz für die Personengeschichte? Strukturen und Persönlichkeiten in Wissenschaft und Unterricht. Geschichte in Wissenschaft und Unterricht 50(5/6). 305–320.

Roth, J., & Wiesner, H. (2014). Lernpfade - Ein Weg zur selbständigen und sinnvollen Nutzung von digitalen Werkzeugen durch Schüler/innen. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 1003–1006). WTM-Verlag.

Schukajlow, S., Rakoczy, K. & Pekrun, R. (2023). Emotions and motivation in mathematics education: Where we are today and where we need to go. ZDM Mathematics Education 55. 249–267. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01463-2

Stuckenhoff, W. (1978). Rollenspiel in Kindergarten und Schule: Eine Rollenspiel-Didaktik (Neue Reihe Pädagogik). Ferdinand Schöningh Verlag.

Tang, S., Hanneghan, M., & El Rhalibi, A. (2009). Introduction to Games-Based Learning. In T. Connolly, M. Stansfield, & L. Boyle (Hrsg.), Games-Based Learning Advancements for Multi-Sensory Human Computer Interfaces: Techniques and Effective Practices (S. 1-17). IGI Global. https://doi.org/10.4018/978-1-60566-360-9.ch001

Tekinbas, K. S., & Zimmerman, E. (2003). Rules of play: Game design fundamentals. MIT press.

Tzanakis, C., Arcavi, A., Correia de Sa, C., Isoda, M., Lit, C., Niss, M., Pitombeira de Carvalho, J., Rodriguez, M., Siu, M. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey. In J. Fauvel, & J. Van Maanen, (Hrsg.), History in mathematics education: The ICMI Study. NISS 6 (S. 201–240). Springer Spektrum, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1_7

Vollrath, H. & Roth, J. (2012). Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2855-4

Wechselberger, U. (2009). Einige theoretische Überlegungen über das pädagogische Potenzial digitaler Lernspiele. In T. Bevc, & H. Zapf (Hrsg), Wie wir spielen, was wir werden (S. 95–111). UVK.

Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

Yakman, G. (2010). What is the point of STEAM?-A Brief Overview. STEAM Education.

Math goes to Hollywood
Stereotypen in Filmen und Serien dekodieren

András Bátkai & Ingrid Gessner

*Stereotype Vorstellungen von Mathematik und Mathematiker*innen beeinflussen das Interesse von Jugendlichen an MINT-Fächern. Daher plädiert dieser Beitrag dafür, populäre Filme und erfolgreiche Serien nicht nur im Fremdsprachenunterricht, sondern auch im Mathematikunterricht einzusetzen. Durch die Analyse audiovisueller Medien im Unterricht können verzerrte Darstellungen über Mathematiker*innen erkannt, die Gründe dafür benannt und alternative Sichtweisen entwickelt werden. Dies trägt dazu bei, das Bild der Mathematik zu entmystifizieren und den Spaß an Mathe und Englisch zu fördern. Die Einbindung sozialwissenschaftlicher Themen steigert zudem die Motivation der Schüler*innen.*

Schlagwörter: Filme im Mathematikunterricht, Filme im Fremdsprachenunterricht, Fächerübergreifender Unterricht, Vorurteile abbauen, Ideologiekritik, Reflexive Geschlechterpädagogik

Einleitung

Populäre Filme, Serien und Videoclips im Fremdsprachenunterricht zu nutzen ist lange erprobt und hat nicht zuletzt durch die digitale Verfügbarkeit zu einer verstärkten Nutzung im Englischunterricht geführt. Audiovisuelle Medien eignen sich nicht nur zur praktischen Spracharbeit, zur Thematisierung kultureller Bezüge, sondern auch zur medienkritischen Auseinandersetzung mit den vermittelten Inhalten und werden im Common European Framework (CEFR, 2018) explizit für den Einsatz im Fremdsprachenunterricht empfohlen. Dass die Nutzung von Blockbustern und Serienhits nicht auf den Fremdsprachenunterricht beschränkt bleiben sollte, sondern auch im Mathematikunterricht sinnvoll und zielführend ist, dafür möchte dieser Beitrag eine Lanze brechen.

In den letzten 25 Jahren hat Hollywood eine Vielzahl von Filmen mit Mathematiker*innen in Haupt- oder Nebenrollen produziert. Was haben diese Filme gemeinsam? Eine Kreidetafel oder ein Whiteboard voller Zahlen und Formeln, das gleiche auf Servietten und losen Blättern und die Person, von der diese Notizen stammen ist unterschätzt, in sich gekehrt, nerdig bis klinisch autistisch. Der oder die Protagonist*in besticht gleichzeitig durch Intelligenz, Einfallsreichtum, Neugierde und Engagement. Mit wenigen Ausnahmen ergeben diese Zutaten den klassischen Blockbuster oder Serienhit über Mathematiker*innen. Die Hauptrollen sind meist männlich, aber auch immer wieder weiblich besetzt.

In diesem Beitrag interessieren uns die Offenlegung von Klischees in Filmen über Mathematiker*innen und die interdisziplinären Überlappungen von Mathematik, Sprach-, Kultur- und Literaturwissenschaften in populären Filmen und Serien über Mathematiker*innen. Wir möchten darüber hinaus dazu anregen, Stereotypen über Mathematiker*innen im Unterricht zu dekodieren, um dazu beizutragen, das Bild der Mathematik zu entmystifizieren und damit nutzbar zu machen, um „Spaß an Mathe" und „Spaß an Englisch" zu fördern. Hierzu kann auf eine Vielzahl bekannter Ansätze und Methoden aus der Filmdidaktik zurückgegriffen werden (Henseler, Möller & Surkamp, 2011; Thaler, 2012; Viebrock, 2016). Die Lernenden erarbeiten die audiovisuellen Texte lernerzentriert, untersuchen die unterschiedlichen Bedeutungsebenen und formulieren verschiedene Interpretationen.

Im Englischunterricht könnte darüber hinaus die filmische Repräsentation und ggf. Kritik an traditionellen amerikanischer Werten wie Individualismus, das Erreichen und Überwinden der (Western) Frontier und der amerikanische Traum (American Dream) im Mittelpunkt stehen. Einen Mehrwert haben diese Erkenntnisse aber auch im Mathematikunterricht. Denn durch diesen multidisziplinären Ansatz können die Schüler*innen ein tieferes Verständnis dafür entwickeln, wie in der Populärkultur (amerikanische) Werte, Ideologien und Stereotypen unser Verständnis von Mathematik als Fach prägen und verstärken. Darüber hinaus können die Schüler*innen durch die Erforschung der mathematischen Konzepte und Techniken, die in diesen Filmen verwendet werden, Einblicke in die Rolle der Mathematik in unserer Gesellschaft erhalten. Die Schüler*innen entwickeln ihre Fähigkeiten zum kritischen Denken weiter und können die Bedeutung der Mathematik in unterschiedlichen Bereichen und Kontexten erkennen und bewerten.

Dies deckt sich mit dem österreichischen Lehrplan (BMBWF, 2023) für die Unterstufe, der zum übergreifenden Thema „Interkulturelle Bildung" vorsieht, dass Schüler*innen befähigt werden, „Stereotype, (Fremd-)Zuschreibungen und Klischees [zu] identifizieren sowie ausgrenzende, rassistische, sexistische Aussagen und Handlungsweisen erkennen, hinterfragen und dagegen auftreten." Reflexive Geschlechterpädagogik und Fragen der Gleichstellung sind Themen sowohl im Englisch- als auch im Mathematikunterricht. Auch Heymann zählt zu den zentralen Aufgaben der auf Allgemeinbildung abzielenden Schule (Heymann, 1996) die Verbindung des zu unterrichtenden Material und dessen Anwendungen mit anderen Interessens- und Lebensbereichen.

Wahrnehmungen

Ernest (1998) beschreibt das in der Öffentlichkeit verbreitete Bild der Mathematik mit den Adjektiven schwierig, kalt, abstrakt, theoretisch und ultra-rational. Mathematik wird darüber hinaus als sehr wichtig und weitgehend männlich wahrgenommen. Wenn man aber nachfragt, warum wäre Mathematik wichtig, bekommt man meistens unsichere Antworten. In Film und Fernsehen, Internet, Videospielen und Büchern (Massenmedien) wird die Mathematik zumeist als ein schwieriges Fachgebiet dargestellt, das nur einigen wenigen zugänglich ist, die zudem in einer genderspezifischen und negativen Weise dargestellt werden (Hall & Suurtamm, 2020). Mathematiker*innen auf der Leinwand und in Serien sind introvertiert, sozial beeinträchtigt und ihre mathematische Genialität wird oft mit Verrücktheit oder psychischer Labilität gleichgestellt (Latterell & Wilson, 2004; Wilson & Latterell, 2001) während die Darstellung dessen, was Mathematik bedeutet auf die Berechnung komplizierter Formeln beschränkt wird.

Wittmann (2003) beoabachtet: „Das dem traditionellen Mathematikunterricht zu Grunde liegende Mathematikbild erschwert oder versperrt vielen Lernenden den Zugang zur Mathematik." Er stellt aber weiterhin fest, dass mathematische Inhalte oft als streng geordnete Systeme von klaren Begriffen, Regeln und Verfahren wahrgenommen werden, die speziell für bestimmte Aufgaben entwickelt wurden. Der Lernprozess erfolgt schrittweise und portionsweise, um eine möglichst fehlerfreie Reproduktion zu erreichen. Die Unterscheidung zwischen dem, was „wahr" und „falsch" ist, ist scharf definiert, wodurch die Angst vor inhaltlichen oder formalen Fehlern groß ist. Viele Lernende glauben, dass mathematische Fähigkeiten erforderlich sind, um Mathematik verstehen zu können. Aus diesem Grund werden eigene Überlegungen, die zunächst fehlerhaft sein können, oft zugunsten der Reproduktion vorgegebener Musterlösungen vernachlässigt. Aufgrund eines Mangels an Verständnis klammern sich viele Lernende an die äußere Form der Darstellung, hinter der die eigentlichen Inhalte oft verborgen bleiben.

Chronaki und Kollosche (2019) haben Wittmanns Beobachtungen empirisch untermauert. Schüler*innen, die sich von Mathematik abwenden, tun dies aus den von Wittmann beschriebenen Gründen, nämlich aus Angst, Fehler zu machen und der Überzeugung, nicht (genügend) begabt zu sein. Für viele kommt dazu, dass man oft allein arbeiten muss und dass Mathematik mit Rechnen gleichgestellt wird.

Auch wenn es nicht nur die Mathematik betrifft, muss uns zu denken geben, dass stereotype Vorstellungen von MINT-Fachkräften sehr wahrscheinlich das Interesse von Mädchen und jungen Frauen beeinflussen, sich in diesem Berufsfeld qualifizieren zu wollen (Buelvas-Baldiris & Rubira-García, 2023; Steinke & Paniagua Tavarez, 2018). Es ist umso alarmierender, dass die entsprechenden Vorurteile aus Wahrnehmungen herrühren, die aus Film- und Seriendarstellungen von Wissenschaftler*innen entnommen werden oder durch diese verstärkt werden. Nicht nur Schüler*innen, sondern auch angehende Lehrkräfte haben oft sowohl falsche Vorstellungen von der Mathematik als Wissenschaft (Schreck, Groß Ophoff & Rott, 2023) als auch von Mathematiker*innen (Woltron, 2020).

In diesem Zusammenhang sei angemerkt, dass eine groß angelegte transnationale Studie der EU (European Commission, 2022) festgestellt hat, dass Bildungssysteme, die sozialwissenschaftliche Themen in ihren Lehrplänen verankert haben, einen höheren Anteil von 15-jährigen Schüler*innen aufweisen, die über grundlegende wissenschaftliche Kompetenzen verfügen. Diese Erkenntnis ist für die Didaktik der Mathematik von Interesse, da sie zeigt, dass die Behandlung medienwissenschaftlicher und sozialkritischer Themen dazu beitragen kann, die Mathematik zu entmystifizieren und die Motivation zu steigern.

In ihrer Studie zu Bilderbüchern mit mathematischen Themen haben Fellus et al. (2022) festgestellt, dass selbst Geschichten, die bewusst Stereotype über Fähigkeiten, Geschlecht und ethnische Zugehörigkeit ablehnen, andere Vorstellungen darüber verstärken können, was Mathematik ausmacht und was es bedeutet, ein „Mathe-Mensch" zu sein. In zahlreichen Bilderbüchern wird gezeigt, dass mathematisch begabte Menschen eine fast übernatürliche Begabung für schnelles und fehlerfreies Rechnen besitzen und/oder Schwierigkeiten haben, soziale Beziehungen aufzubauen.

Ein wesentliches Ziel der kritischen Analyse populärer Filme und Serien im Unterricht muss es deshalb sein, Bedeutungsebenen zu untersuchen, Vorurteile zu erkennen und einzuordnen, um dadurch zu einem realistischeren Bild von Mathematik und Mathematiker*innen zu gelangen. Wenn im folgenden Abschnitt Filme und Serien vorgestellt werden, dient dies zum einen dazu das weite Feld der Produktionen aufzuzeigen und zum anderen dazu das Augenmerk auf die problematische Darstellung von Mathematik und Geschlecht zu lenken. Der implizierte nächste Schritt, nämlich die Medienproduktionen in ihrer Gesamtheit oder selektiv in Unterrichtssequenzen didaktisch aufzubereiten, diese durchzuführen und zu evaluieren, kann in diesem Beitrag nur stellenweise mit einigen Hinweisen geleistet werden. Für die Aufbereitung sei nochmal auf zahlreiche Publikationen in der Englisch- und Filmdidaktik verwiesen (Bradley, 2016; Henseler et al., 2011; Lütge, 2012; Thaler, 2014; Viebrock, 2016).

Math goes to Hollywood

The Imitation Game – Ein streng geheimes Leben

Einer der bekanntesten Mathematiker*innenfilme des letzten Jahrzehnts ist *The Imitation Game – Ein streng geheimes Leben* (2014) mit Benedict Cumberbatch als Alan Turing, dem britischen Mathematiker, der während des Zweiten Weltkriegs eine entscheidende Rolle beim Knacken des Enigma-Codes spielte. Der Film porträtiert Turing als brillanten Mathematiker, dessen Fähigkeiten für die militärischen Ziele und den Sieg der Alliierten über Nazi-Deutschland unerlässlich waren. Gleichzeitig bedient *The Imitation Game* allerdings auch das Klischee des nicht zu persönlichen Beziehungen fähigen, verkannten Genies, dem Zahlen näher sind als Menschen. Im Film scheitert Turing an seiner Identität als Ausgegrenzter, als beziehungsunfähiger Wissenschaftler und schwuler Mann in einer Gesellschaft, die allem Andersartigen gegenüber feindlich eingestellt ist.

An der Seite Cumberbatchs als Turing spielt Keira Knightley die Mathematikerin und Kryptoanalystin Joan Clarke. Wer glaubt, dass die Figur der Mathematikerin einen Schritt in Richtung Gleichberechtigung bedeutet oder Joan Clarke als Identifikationsfigur dienen könnte, wird enttäuscht. *The Imitation Game* besteht den Bechdel-Test, der oft verwendet wird, um die Präsenz von Frauen in Filmen und anderen Medien zu bewerten, nicht. Um den Test zu bestehen, muss ein Film drei Kriterien erfüllen: 1) der Film muss zwei namentlich genannte Frauen haben (2), die sich miteinander unterhalten (3) und zwar über ein Thema, das nicht Männer betrifft. Die Regeln des Bechdel-Tests können von der Lehrperson erläutert werden und von den Schüler*innen diskursiv auf den Film bzw. Sequenzen wie die Verlobungsfeier von Turing und Clarke angewendet werden.

Clarke hat ihren Abschluss in Cambridge gemacht, hatte aber als Frau keine Chance, ihre Studien dort fortzuführen. Sie taucht im Film als Anwärterin für das Team um Turing auf, nachdem dieser ein Rätsel in einer Zeitungsannonce veröffentlicht hat, um neue Mitarbeiter*innen zu finden. Als sie am angegebenen Ort eintrifft, wird sie sofort von einem Mann aufgehalten, der glaubt, dass sie sich um eine Stelle als Sekretärin bewirbt, da sich vor ihrer Ankunft nur Männer gemeldet hatten. Auch wenn sie anschließend wegen ihrer hervorragenden Arbeit eingestellt wird, um in Bletchley Park and der Seite von Turing zu arbeiten, beträgt Knightleys Leinwandzeit nur einen Bruchteil derjenigen von Cumberbatch. Die Figur der Joan Clarke dient ausschließlich Turings Charakterentwicklung und nicht dem Vorantreiben der Handlung oder dem Lösen mathematischer Probleme.

Good Will Hunting

Auch in *Good Will Hunting* (1997) wird der Mathematiker als gestörtes Genie dargestellt, das in diesem Fall mit seiner kriminellen Vergangenheit und verdrängten Missbrauchserfahrung hadert. Die Hauptfigur Will Hunting (gespielt von Matt Damon) wächst in einfachen Verhältnissen in Boston auf, wo er ironischerweise als Putzmann und nicht als Wissenschaftler an der renommierten Universität MIT (Massachusetts Institute of Technology) arbeitet. Der Film zeichnet nach, wie Hunting sich mit der Unterstützung seines Therapeuten, gespielt von Robin Williams, seiner Vergangenheit stellt. Er lernt, seine Fähigkeiten zu akzeptieren und zu nutzen und ergreift am Ende sogar die Initiative, um seine Liebesbeziehung zu retten. *Good Will Hunting* folgt der Formel „Vom-Tellerwäscher-zum-Millionär" („from rags to riches") bzw. der Aschenputtel-Geschichte und hat als modernes Mathematikmärchen nur wenig mit der Realität zu tun. Deshalb taugt Will Hunting nur bedingt als mathematische Identifikationsfigur für Menschen, die in ähnlichen sozioökonomischen Verhältnissen wie er aufgewachsen sind. Die Mathematik ist, wie der Prinz im Märchen, nur wenigen Auserwählten vorbehalten. Die Absurdität dieser Aussage ist leicht von den Schüler*innen zu durschauen und kann im Unterricht diskutiert und entkräftet werden.

Proof – Der Beweis: Liebe zwischen Genie und Wahnsinn und An Invisible Sign

Bei *Proof – Der Beweis: Liebe zwischen Genie und Wahnsinn* (2005) zeigt bereits der deutsche Untertitel auf, worum es neben der Mathematik vor allem geht: Genialität gekoppelt mit Wahnsinn, verkompliziert durch eine Liebesgeschichte. Der Film zeichnet die Vater-Tochter-Beziehung zweier mathematischer Genies nach. Während der Vater im Alter von 27 Jahren aufgrund einer schweren Krankheit ins Krankenhaus eingeliefert wird, beschließt die Tochter Catherine Jahre später, aber ebenfalls mit 27 Jahren, ihre Universitätskarriere abzubrechen, um bei ihrem Vater zu leben und zu sich selbst zu finden. Aus Sorge, dass sie sowohl die Intelligenz als auch die Krankheit ihres Vaters erben könnte, beginnt Catherine Halluzinationen zu haben, die nach dem Tod des Vaters zunehmen. In *Proof* wird also erneut das Klischee von mathematischer Genialität und Geisteskrankheit ausgespielt. Einem ganz ähnlichen Muster folgt der Film *An Invisible Sign* (2010). Auch hier ist es eine junge Frau, Mona Gray (gespielt von Jessica Alba), die vollkommen zurückgezogen nur in der Welt ihrer Zahlen und der Mathematik lebt, während ihr Vater, ebenfalls Mathematiker, psychisch erkrankt ist.

Dass die Gleichung von Genie und Wahnsinn fehlerhaft ist, kann für beide Filme leicht herausgearbeitet werden, indem die Lehrperson zu bedenken gibt, dass nicht jeder kreative oder mathematisch begabte Mensch geisteskrank und umgekehrt nicht jeder Geisteskranke kreativ oder mathematisch begabt ist. Anschließend können die folgenden Fragen gestellt werden: Inwiefern werden Stereotype oder Klischees über Genies und Mathematiker*innen in den Filmen aufgegriffen? Wie können sie widerlegt werden?

Agora – Die Säulen des Himmels

Agora – Die Säulen des Himmels (2009) ist die Hollywoodversion des Lebens der spätantiken Mathematikerin Hypatia, von der heute oft nicht mehr als deren spektakuläre Ermordung durch fanatische Christen bekannt ist. Die Astronomin, Mathematikerin und Philosophin Hypatia wurde um das Jahr 370 n.Chr. in Alexandria geboren, wo sie am Museion, der führenden Forschungseinrichtung jener Zeit, unterrichtete. Sie interpretierte die Lehren Platons und Aristoteles' und die Werke des Astronomen Ptolemäus, der drei Jahrhunderte vor ihr lebte. Auch wenn von ihren Schriften nichts überliefert ist, wissen wir aus den Briefen und Schriften des Synesios von Kyrene, dass sie zur Verbesserung des Astrolabiums, einem Instrument zur Bestimmung der Position von Himmelskörpern, beitrug und die erste Sternenkarte in Form einer Planisphäre weiterentwickelte. Sokrates Scholastikos schreibt in seiner *Kirchengeschichte*: „Es gab in Alexandria eine Frau mit Namen Hypatia, Tochter des Philosophen Theon, die in Literatur und Wissenschaft so erfolgreich war, dass sie alle Philosophen ihrer Zeit übertraf."

In *Agora* spielen Hypatias philosophische und wissenschaftliche Arbeiten eine Rolle, aber im Vordergrund stehen Hypatias Schönheit und die Männer, die in sie verliebt waren; allen voran die historisch nicht belegte Figur des Sklaven Davus, der Hypatia im Film erstickt, um sie von einem noch grausameren Tod zu bewahren. Dies ändert nichts an der Tatsache, dass die nicht dem Idealbild der antiken Frau entsprechende Hypatia sterben muss – weder ein Erfolg für die Frauen, noch für die Mathematik, aber bis heute ein beliebtes literarisches Ende für Frauen, die sich nicht in das von der Gesellschaft vorgegebene Frauenbild einfügen. In Unterricht sollte die Brisanz dieser Erkenntnis für Diskussionsstoff sorgen.

Hidden Figures – Unerkannte Heldinnen

Hidden Figures – Unerkannte Heldinnen (2016) ist da ein positiveres Beispiel für einen erfolgreichen Film mit Mathematikerinnen in den Hauptrollen. Der Film, der sich erzählerische Freiheiten nimmt, dokumentiert die auf wahren Gegebenheiten beruhende Geschichte einer Gruppe afroamerikanischer Mathematikerinnen, die während des Wettlaufs um die erste Rakete im All in den 1950er und 1960er Jahren für die NASA arbeiteten und Berechnungen von Hand durchführten. Für die Behandlung dieses Films im Unterricht ist es wichtig, dass die Lehrkraft den Schüler*innen das notwendige Hintergrundwissen zur Verfügung stellt. So steht 1962 der Kalte Krieg auf seinem Höhepunkt. Im gleichen Jahr hatte Präsident John F. Kennedy den Weltraum, bzw. den Mond als die New Frontier definiert, die es bis zum Ende des Jahrzehnts zu erreichen gilt. Er bezog sich dabei auf die Western Frontier, die bereits Ende des 19. Jahrhunderts als erreicht bzw. geschlossen („closed") erklärt worden war. Der Historiker Frederick Jackson Turner nahm dies 1893 zum Anlass, die sogenannte Frontier-Hypothese zu formulieren, die postuliert, dass der genuin amerikanische Charakter an der Grenze geformt wurde und wird. Dass dies nicht der Fall ist, ist seither zahlreich bewiesen worden, der Mythos hat sich allerdings gehalten und findet sich nicht nur in Filmen wie *Hidden Figures*.

Im Film geht es darum, dass vom Präsidenten proklamierte Ziel der New Frontier zu erreichen. Ein wenig spielt aber auch die Ideologie des amerikanischen Traums eine Rolle, wenn Katherine Johnson (gespielt von Taraji P. Henson) entscheidende analytische Daten für das Projekt liefert, das den US-Amerikaner John Glenn in die Erdumlaufbahn bringt, während Mary Jackson (Janelle Monáe) an der Konstruktion von Glenns Rakete mitwirkt. Dorothy Vaughan (Octavia Spencer) bringt sich selbst die Programmiersprache FORTRAN bei und wird zur Leiterin der IBM-Maschinengruppe am NASA-Standort Langley. Dabei erfahren alle drei Diskrimination, und zwar nicht nur, weil sie Frauen sind, sondern weil sie schwarze Frauen sind. Umgekehrt beindrucken sie Zuschauer*innen und Vorgesetzte durch ihre Intelligenz und Entschlossenheit angesichts von Sexismus und Rassismus.

Inception und *Numb3rs*

In *Inception* (2010) nutzt ein Team von Spezialist*-innen um das charismatische Ehepaar Dominick bzw. „Dom" und Mal Cobb (gespielt von Leonardo di Caprio und Marion Cotillard) ihre Fähigkeiten in verschiedenen Bereichen, darunter neben Pharmakologie auch Mathematik, um einen anspruchsvollen Raub zu begehen. Der Mathematiker in der Gruppe, Arthur (gespielt von Joseph Gordon-Levitt), ist dafür verantwortlich, die physikalischen Gesetze in der Traumwelt zu manipulieren, um dem Team zu helfen, dessen Ziele zu erreichen. In einer der spektakulärsten Action-Szenen des Films gelingt es Arthur die

Schwerkraft in einem Hotelflur so zu verändern, dass die Teammitglieder in der Luft schweben und gegen Wände laufen können, um so eine feindliche Gruppe von Traum-Manipulatoren abzuwehren und gleichzeitig die Träumenden, die sie infiltriert haben, vor Entdeckung zu schützen. Die Mathematik wird zum Werkzeug sinisterer Absichten missbraucht. Dennoch ist man als Zuschauer*in auf der Seite der kriminellen Wissenschaftler*innen, weil das eigentliche Ziel – ganz im Sinne der Trope des letzten Verbrechens – es sein soll, dem Hauptdarsteller durch die Tilgung dessen Strafregisters die Rückkehr zu seinen Kindern zu ermöglichen. Ob dies tatsächlich gelingt oder auch nur eine weitere Traumsequenz ist, bleibt am Schluss offen bzw. der Interpretation des Publikums überlassen.

Während mathematische Fähigkeiten in *Inception* für Verbrechen missbraucht werden, befindet sich die Mathematik in der Fernsehserie *Numb3rs* (2005-2010) auf Seiten von Recht und Gesetz. In der Serie hilft Charlie Eppes (gespielt von David Krumholtz), ein Mathe-Genie und Professor an der fiktiven CalSci-Universität in Kalifornien, seinem Bruder Don, einem FBI-Agenten, bei der Aufklärung von Kriminalfällen. Es sind dabei vor allem Charlies ungewöhnliche Methoden und kreative Lösungsansätze, die zur Ermittlung von Tätern führen. Die Mathematik ist dabei durch die Präsenz der Mathematikerin Dr. Amita Ramanujan (gespielt von Navi Rawat) keine rein männliche Domäne. Auch sie hilft als Beraterin für das FBI bei der Lösung komplexer Fälle und sorgt dafür, dass mathematisches Wissen auch weiblich besetzt ist. Hierarchisch tritt die als ehemalige Studentin Charlies und Love Interest in die Serie eingeführte Mathematikerin hinter Charlie zurück und dient vor allem dessen Charakterentwicklung.

The Queen's Gambit – Das Damengambit

Einen großen Publikumserfolg erzielte in Coronajahr 2020 die vom Streamingdienst Netflix produzierte Miniserie *The Queen's Gambit (Das Damengambit)* über ein fiktives Schachwunderkind mit außergewöhnlicher mathematischer Begabung. Das Leben von Elizabeth „Beth" Harmon (gespielt von Anya Taylor-Joy) ist geprägt vom Selbstmord der ebenfalls mathematisch hochbegabten Mutter. In einem szenischen Rückblick in Beths Erinnerung erfährt man, dass die Mutter eine Dissertation mit dem Titel „Monomial Representations and Symmetric Presentations" verfasst und an der Cornell University gelehrt hat, bevor sie sich gemeinsam mit ihrer Tochter in einen Wohnwagen in den Wäldern von Kentucky zurückgezogen hat. Der Titel der Dissertation kann als Anspielung auf das Schachspiel verstanden werden, denn eine Monomialdarstellung weist jeder Variablen ein Zahlenfeld zu, in dem die Zahlen, die nicht Null sind, wie ein maximaler Satz von Türmen auf einem Schachbrett angeordnet sind, die sich nicht gegenseitig schlagen können.

Im Waisenhaus, in dem Beth nach dem Tod der Mutter aufwächst, werden ihr und den anderen Mädchen routinemäßig Psychopharmaka verabreicht, um diese ruhig zu stellen. Zu der für die Mathematikerin im Hollywoodfilm scheinbar charakteristischen psychologischen Instabilität, kommt im Fall von *Damengambit* die im Waisenhaus erworbene Tabletten- und spätere Alkoholabhängigkeit der Hauptfigur hinzu. Trotz dieser Hindernisse schafft es Beth in die Männerwelt des Schachsports vorzudringen, sie tritt selbstbewusst auf und wird schließlich die erste amerikanische Schachweltmeisterin.

Wie bei *Hidden Figures* ist der Subtext der Serie der Kalte Krieg, wobei die Sowjetunion das Schachspiel dominiert, bis Beth 1968 von einem Vertreter des US-Außenministeriums begleitet jenseits des Eisernen Vorhangs nach Moskau reist, um am dortigen Schachturnier teilzunehmen. In der letzten Partie kommt es zum Showdown zwischen den USA und der Sowjetunion mit der amtierenden US-Meisterin und dem russischen Weltmeister und Großmeister Vasily Borgov als jeweilige Stellvertreter. Das Ideal des amerikanischen Individualismus wird durch die Serie insofern in Frage gestellt, als dass Beth, die bis zu diesem Zeitpunkt für sich alleine gekämpft hat, das Turnier nur gewinnen kann, indem sie sich gemeinsam mit ihren Freunden in den USA darauf vorbereitet. Sie kopiert damit eine Strategie, die von den überlegenen russischen Spielern seit jeher genutzt wird. Im Verlauf des Turniers wird Beths Können immer wieder mit dem der Schach-Supermacht der Sowjets verglichen. Als ihr Sieg in einer Feier vom US-Außenministerium als „die Sowjets mit ihren eigenen Waffen schlagen“ interpretiert werden soll, lehnt sie ab. Stattdessen endet die letzte Folge der Serie mit einem Schachspiel, zu dem Beth Harmon von ihren russischen Fans bei einem Spaziergang in einem Moskauer Park eingeladen worden ist.

Arrival

Im Film *Arrival* (2016) müssen eine Sprachwissenschaftlerin und ein Mathematiker zusammenarbeiten, um mit gliederfüßigen außerirdischen Wesen zu kommunizieren, die in zwölf urnenförmigen Raumschiffen an verschiedenen Orten der Erde gelandet sind. Sowohl die Sprachwissenschaftlerin Louise Banks (gespielt von Amy Adams) als auch der Mathematiker Ian Donnelly (gespielt von Jeremy Renner) nutzen ihr Fachwissen, um die Sprache der Außerirdischen zu entschlüsseln, deren Absichten zu verstehen und die Erde vor einem dritten Weltkrieg zu bewahren, der sich aus dem Konkurrenzdenken der Großmächte zu entwickeln droht.

Im Gegensatz zum Netflix-produzierten Film *Don’t Look Up* (2021) erkennen die verantwortlichen Politiker*innen in *Arrival* glücklicherweise, dass die Auslöschung der menschlichen Existenz nur durch die konzertierte Anstrengung und Bündelung wissenschaftlicher Diskurse und Erkenntnisse abgewendet werden kann. Die anfängliche Skepsis der Mathematik gegenüber Literatur und Sprache weicht in der Aussage des Mathematikers Ian Donnelly der Anerkennung seiner Kollegin Louise Banks: „Du näherst Dich der Sprache wie ein Mathematiker.“

Mit Blick auf die erzählerische Funktion stehen die beiden Hauptfiguren für die Bedeutung interdisziplinärer Ansätze bei der Problemlösung. Nur im Zusammenspiel mathematischer und sprachwissensschaftlicher Methoden können die großen Probleme gelöst werden. Ian dient als kontrastierende Figur zu Louise, die sich mehr auf die emotionalen und erfahrungsbezogenen Aspekte des Kommunikationsprozesses konzentriert, was die Bedeutung sowohl der rationalen als auch der emotionalen Intelligenz für eine erfolgreiche Kommunikation unterstreicht.

Es verwundert kaum, dass die entscheidendere Rolle in der Entschlüsselung der Sprache der Außerirdischen der Linguistin zukommt, während es der Mathematiker ist, der mit der gewissermaßen banalen Aussage, dass .083333 genau 1/12 entspricht, den entscheidenden Hinweis zur Rettung der Menschheit gibt. Dass die Sprachwissenschaftlerin Banks und der Mathematiker Donnelly sich dabei auch ineinander verlieben und am Ende des Films die gemeinsame Tochter zeugen, muss dabei wohl, als den allgemeinen Publikumserwartungen entsprechend, in Kauf genommen werden. Durch die Vorwegnahme des frühen Todes des gemeinsamen Kindes und das Scheitern der Beziehung wird ein Abdriften ins romantisch Kitschige dann auch wieder wohltuend vermieden.

Überlegungen und Hinweise

In einer Unterrichtsreihe könnte man mit der Analyse einschlägiger Hollywood-Filme beginnen, in denen Mathematiker*innen Hauptrollen spielen, z. B. *The Imitation Game, Hidden Figures* und *Arrival*. Die Schüler*innen werden aufgefordert, sich diese Filme anzusehen und herauszufinden, wie die Genialität, der Individualismus, der Erfolg oder das Scheitern und das Ausgegrenztsein der Mathematiker*innen dargestellt werden und inwiefern diese Darstellungen eben nicht mit der Realität übereinstimmen bzw. welche Einsichten über amerikanische Mythen, Ideologien (bzw. ideologische Konstrukte) und Wertvorstellungen wir daraus gewinnen können. Eine Zusammenstellung von Filmszenen, die im Unterricht herangezogen werden können, findet man unter: https://people.math.harvard.edu/~knill/mathmovies/

Für die Arbeit mit audiovisuellen Texten eignet sich ein mehrstufiger Ansatz, da dieser ein differenzierteres Verständnis und eine kritischere Wahrnehmung eines Films oder einer bestimmten Szene ermöglicht, ohne das Filmerlebnis der Schüler*innen zu zerstören (Henseler et al., 2011; Thaler, 2012). Die Möglichkeit, dieselbe Szene mehr als einmal zu sehen, kann den Schüler*innen helfen, allmählich von einem eher allgemeinen zu einem detaillierteren audiovisuellen Verständnis zu gelangen, indem sie sich auf verschiedene Aspekte einer Szene konzentrieren und das Zusammenwirken von Bild, Ton, Kameraperspektive und Verwendung von Farben usw. untersuchen und erkennen, dass die Sinngebungsprozesse nicht zufällig sind (Viebrock, 2016).

Das Anschauen der Filme, Filmszenen oder Folgen einzelner Serien kann durch Fragen strukturiert werden, die die Schüler*innen beantworten müssen:

- Hat die Figur so geredet und ausgesehen, wie du sie dir vorgestellt hast?
- Wie werden Mathematik und Mathematiker*-innen dargestellt und charakterisiert?
- Treiben die weiblichen Charaktere die Handlung und/oder die Mathematik (mathematische Entwicklungen und Erkenntnisse) voran? Oder unterstützen sie die männlichen Charaktere?
- Wie realistisch und glaubwürdig sind die Darstellungen der Frauen? Was kann man daraus über Vorurteile gegenüber Frauen und/oder gegenüber Mathematikerinnen schließen?

Angesichts positiv besetzter mathematischer Frauenfiguren in Filmen wie *Hidden Figures* mag man einen emanzipatorischen Trend konstituieren. Hier sei allerdings auf die bereits erwähnte Studie von Fellus et al. (2022) verwiesen, die zeigt, dass die Rezeption von Geschichten, die geschlechts- und gruppenspezifische Stereotypen ablehnen, andere Vorurteile dennoch verstärken kann. Wichtig ist daher vor allem, dass jegliche Formen von Stereotypisierungen explizit von den Lehrpersonen angesprochen und problematisiert werden, damit sich die Vorurteile nicht noch verstärken (Minas, 2018).

Darüber hinaus können die Schüler*innen dazu aufgefordert werden, sich über die mathematischen Ansätze und Methoden zu informieren, die von den Mathematiker*innen in diesen Filmen verwendet werden, um Probleme zu lösen. In Anlehnung an *Inception* könnten die Schüler*innen beispielsweise aufgefordert werden, sich mit den mathematischen Grundlagen der Topologie und Geometrie vertraut zu machen, die zur Manipulation der Traumwelt verwendet werden, während durch *The Imitation Game* das Interesse der Schüler*innen geweckt wird, die mathematischen Grundlagen der Kryptografie und Informatik besser verstehen zu wollen.

Die Fernsehserie *Big Bang Theory* (2007-2019) zeichnet sich nicht nur durch ihren speziellen Humor und ihre zahlreichen popkulturellen Referenzen aus, sondern ist die wohl bisher einzige Sitcom, die dazu beigetragen hat, das Interesse an Physik, Mathematik und Informatik zu fördern. *The Big Bang Theory* bedient dabei alle Klischees: Sheldon Cooper (gespielt von Jim Parsons) ist ein überhebliches Genie, der sich nicht zurückhält seine Meinung zu äußern. Er hat Schwierigkeiten sich auf romantische Beziehungen einzulassen und seine autistische Veranlagung zwingt ihn zur Einhaltung bestimmter Abläufe.

Es ist wichtig, im Unterricht zu diskutieren, wie im Genre der Sitcom (engl. situational comedy) stereotype Eigenschaften übertrieben werden, um den Charakteren Komik zu verleihen. Dass die Reduzierung auf bestimmte Merkmale zu einer Eindimensionalität führt, sollte ebenso problematisiert werden wie die Frage, ob diese Darstellung im Rahmen des komödiantischen Formats noch angemessen oder bereits problematisch ist. Dabei können Fragen wie die folgenden hilfreich sein: Was erfahren wir über die Figur des Sheldon Cooper, (a) durch seine eigenen Handlungen und Aussagen und (b) durch die Handlungen und Aussagen anderer? Welche Dimensionen seines Charakters bleiben unbeleuchtet? Nach einer solchen kritischen, diskursiv geführten Intervention ist es auch möglich, konkrete mathematische Beispiele aus der Serie zu übernehmen:

- **Rubiks Würfel:** In der Folge „Die Roboter-Manipulation" bzw. „The Robotic Manipulation" (4. Staffel, Folge 1) erklärt Sheldon, wie man Rubiks Würfel lösen kann und fordert seinen Kumpel Howard zu einem Duell heraus. Howard baut daraufhin einen Roboter bzw. programmiert ein Programm, das den Würfel für ihn löst. Diese Folge könnte für

Schüler*innen interessant sein, die Interesse an räumlichem Denken, strategischer Problemlösung und Robotik haben.
- **Schrödingergleichung:** In der Folge „Die Parkplatz-Eskalation“ bzw. „The Parking Spot Escalation“ (Staffel 6, Folge 9) kommt es an besagtem Parkplatz zum Wettstreit zwischen Sheldon und Barry Kripke. Sheldon, als der ausgewiesenere Experte in Quantenmechanik, kann die Frage zu Schrödingergleichung schneller beantworten, erkennt jedoch, dass der Wettstreit und die Auseinandersetzung mit Barry Kripke sinnlos war. Diese Episode und Schrödingers Gleichung könnte als Einführung in die grundlegenden Konzepte der Quantenmechanik und Differentialgleichungen dienen.
- **Zahlentheorie:** Sheldons Leidenschaft für Zahlentheorie zeigt sich in mehreren Folgen, in denen Primzahlen eine Rolle spielen. In „Die Leuchtfisch-Idee“ bzw. „The Luminous Fish Effect“ (Staffel 1, Folge 4) arbeiten Sheldon und Howard an einem Forschungsprojekt, bei dem sie Kenntnisse der Primzahltheorie anwenden und eine Kamera entwickeln, die Leuchtfische im Dunkeln aufspüren kann. In Staffel 10, Folge 13 „Die Neuvermessung der Liebe“ bzw. „The Romance Recalibration“ nutzt Sheldon die Primzahltheorie, um ein Problem zu lösen, das er mit einem Valentinstagsgeschenk für seine Freundin Amy hat. Die Primzahltheorie, die in mindestens drei weiteren Folgen eine Rolle spielt, könnte als Einführung in die Konzepte der Arithmetik und Algebra dienen (siehe Staffel 3, Folge 10, „Die andere Seite der Krawatte“; Staffel 6, Folge 20, „Das Gürteltierproblem“; Staffel 7, Folge 5, „Die Krokodil-Summenformel“).

In der Fachzeitschrift des National Council of Teachers of Mathematics findet man einige von den *Harry Potter*- und den *Hunger Games*-Filmen inspirierte mathematische Aktivitäten (Bush & Karp, 2012; Howe, 2002; Russo & Russo, 2017). Die folgenden Publikationen unterstützen Lehrkräfte bei der Auswahl und Einsatz populärer Medien:
- *Math, Culture, and Popular Media: Activities to Engage Middle School Students Through Film, Literature, and the Internet* (Chappell & Thompson, 2009).
- *Teaching Mathematics Using Popular Culture: Strategies for Common Core Instruction from Film and Television* (Reiser, 2015).

Die kommerziell von Texas Instruments unterstützte Webseite www.stemhollywood.com bietet ebenfalls eine Reihe von Aktivitäten für den Mathematikunterricht.

Schlussbemerkung

Mathematik als Wissenschaft und die Mathematiker*innen leiden seit Jahrzehnten unter problematischen Wahrnehmungen in der Öffentlichkeit. Dabei steht außer Frage, dass Frauen mindestens so gute Mathematikerinnen sein können wie Männer, was nicht zuletzt durch die lange Liste bedeutender Mathematikerinnen belegt wird. Auch wenn es Beispiele für Kindheitstalente gibt, die sich zu guten Mathematiker*innen entwickelt haben, ist die Liste derjenigen die später „verschwinden“ ebenso lang oder länger. Auf der anderen Seite hatten mehrere bedeutende Persönlichkeiten Lernschwierigkeiten als Kinder, wie zum Beispiel David Hilbert, der vielleicht einflussreichste Mathematiker des letzten Jahrhunderts. Gleichzeitig gibt es Beispiele für talentierte Mathematiker*innen, die im hohen Alter mit geistigen Defiziten zu kämpfen hatten. Die überwiegende Mehrheit der herausragenden Talente ist hingegen von ganz normalen Menschen mit Familie und Hobbies nicht zu unterscheiden. Mathematik als Wissenschaft wird in der Öffentlichkeit oft mit Rechnen gleichgestellt, während Theoriebilden, Problemlösen und Algorithmen entwickeln fast nie wahrgenommen wird. Es ist daher wichtig festzustellen, dass solche Beispiele allein nicht ausreichen, um Vorurteile abzubauen, sondern dass es die oben beschriebene Analyse stereotyper Darstellungen braucht, um eine tendenziöse Darstellung wahrnehmen zu können.

Es ist beunruhigend wie hartnäckig sich problematische Vorstellungen in unserer Gesellschaft halten und durch Mediendarstellungen verstärken können. Dass dieses falsche Bild die

Ablehnung des Schulfachs Mathematik durch Schüler*innen begünstigt, wie die zitierte didaktische Forschung zeigt, ist umso alarmierender. Der kritische Blick auf Hollywoodproduktionen und Serienhits im Mathematik- und Englischunterricht erscheint uns als *eine* Möglichkeit diese Entwicklung sichtbar zu machen und ihr entgegenzutreten.

Unser Anliegen ist es, durch die Analyse von Blockbustern und populären Serien den Schüler*innen zu vermitteln wie sie verzerrte Darstellungen erkennen, Gründe benennen und – im Idealfall – Gegenentwürfe erstellen können. Dabei sei angemerkt, dass die Auswahl der zuvor diskutierten Filme und Serien rein exemplarischer Natur ist und sowohl unseren Vorlieben als auch Abneigungen geschuldet ist. Unsere Liste kann und sollte durch zahlreiche andere und aktuellere Produktionen erweitert werden. Da unser Beitrag dazu anregen möchte, den Mathematik- und Englischunterricht zu verzahnen, wäre es wünschenswert, auf Grundlage unserer Überlegungen eine Unterrichtssequenz zu entwickeln, diese zu erproben und empirisch mit einer Interventionsstudie und Interviews zu begleiten.

Literatur

BMBWF. (2023, 1. Mai). Lehrpläne NEU für Primar- und Sekundarstufe I – Pädagogik-Paket.
https://www.paedagogikpaket.at/massnahmen/lehrplaene-neu.html

Bradley, M. (2016). Teaching with Film. Stone River Books.

Buelvas-Baldiris, T. & Rubira-García, R. (2023). Female Leadership Portraits in Commercial Movies: Gender Social Representations from the STEAM Sector. VISUAL REVIEW. International Visual Culture Review / Revista Internacional de Cultura Visual, 15(4), 1–15.
https://doi.org/10.37467/revvisual.v15.4960

Bush, S. B. & Karp, K. S. (2012). Hunger Games: What Are the Chances? Mathematics Teaching in the Middle School, 17(7), 426–435.
https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.17.7.0426

CEFR. (2018). Companion Volume with New Descriptors. Common European Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment, Council of Europe.
https://rm.coe.int/cefr-companion-volume-with-new-descriptors-2018/1680787989

Chappell, M. F. & Thompson, D. R. (2009). Math, Culture, and Popular Media: Activities to Engage Middle School Students through Film, Literature, and the Internet. NH: Heinemann.

Chronaki, A. & Kollosche, D. (2019). Refusing Mathematics: A Discourse Theory Approach on the Politics of Identity Work. ZDM, 51(3), 457–468.
https://doi.org/10.1007/s11858-019-01028-w

Ernest, P. (1998). Images of Mathematics, Values, and Gender: A Philosophical Perspective. In C. Keitel (Ed.), Social Justice and Mathematics Education. Gender, Class, Ethnicity, and the Politics of Schooling (S. 45–58). Freie Universität Berlin.

European Commission. (2022). Increasing Achievement and Motivation in Mathematics and Science Learning in Schools. Eurydice Report. Publications Office of the European Union. https://doi.org/10.2797/031821

Fellus, O., Low, David, Guzmán, Lynette, Kasman, A. & Mason, R. (2022). Hidden Figures, Hidden Messages: The Construction of Mathematical Identities with Children's Picturebooks. For the Learning of Mathematics, 42, 2–8.

Hall, J. & Suurtamm, C. (2020). Numbers and Nerds: Exploring Portrayals of Mathematics and Mathematicians in Children's Media: International Electronic Journal of Mathematics Education, 15(3), em0591.
https://doi.org/10.29333/iejme/8260

Henseler, R., Möller, S. & Surkamp, C. (2011). Filme im Englischunterricht. Grundlagen, Methoden, Genres (1. Auflage). Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Heymann, H. W. (1996). Allgemeinbildung und Mathematik (Reihe Pädagogik, Bd. 13, Dr. nach Typoskript). Beltz.

Howe, R. (2002). Hermione Granger's Solution. The Mathematics Teacher, 95(2), 86–89.
https://doi.org/10.5951/MT.95.2.0086

Latterell, C. & Wilson, J. (2004). Popular Cultural Portrayals of Those Who Do Mathematics: Humanistic Mathematics Network Journal, 1(27), 1–14.
https://doi.org/10.5642/hmnj.200401.27.07

Lütge, C. (2012). Scriptor Praxis: Mit Filmen Englisch unterrichten - Buch. Cornelsen Pädagogik.

Minas, M. (2018). Mathematics in Popular Culture: A Classroom Teacher Perspective. Prime Number, 33(4), 5–6.

Reiser, E. (2015). Teaching Mathematics Using Popular Culture: Strategies for Common Core Instruction from

Film and Television. Jefferson, North Carolina: McFarland & Company, Inc., Publishers.

Russo, J. & Russo, T. (2017). Harry Potter–Inspired Mathematics: Teaching Children Mathematics, 24(1), 18–19. https://doi.org/10.5951/teacchilmath.24.1.0018

Schreck, A., Groß Ophoff, J. & Rott, B. (2023). Studying Mathematics at University Level: A Sequential Cohort Study for Investigating Connotative Aspects of Epistemological Beliefs. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1–15. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2184281

Steinke, J. & Paniagua Tavarez, P. M. (2018). Cultural Representations of Gender and STEM: Portrayals of Female STEM Characters in Popular Films 2002-2014. International Journal of Gender, Science and Technology, 9(3), 244–277. https://genderandset.open.ac.uk/index.php/genderandset/article/view/514

Thaler, E. (2012). Englisch unterrichten. Cornelsen.

Thaler, E. (2014). Teaching English with Films (UTB 3946). Schöningh. https://doi.org/10.36198/9783838539461

Viebrock, B. (Ed.). (2016). Feature Films in English Language Teaching (Narr Studienbücher, 1. Auflage). Tübingen: Narr Francke Attempto Verlag. http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:24-epflicht-1429259

Wilson, J. L. & Latterell, C. M. (2001). Nerds? Or Nuts? Pop Culture Portrayals of Mathematicians. etc.: A Review of General Semantics, 58(2), 172–178. http://www.jstor.org/stable/42578095

Wittmann, E. C. (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht auch in der Grundschule? In M. Baum, H. W. Wielpütz & H. Bauersfeld (Hrsg.), Mathematik in der Grundschule. Ein Arbeitsbuch (Gut unterrichten, 1. Aufl., S. 18–46). Kallmeyer.

Woltron, F. (2020). Nature of Mathematics. Mathematik im Unterricht, 11, 21–34.

Freier Beitrag

„Embodied Reading“
Multimodales Lesenlernen am Beispiel des fachdidaktischen Konzepts KUL®

Marina Märzinger

Lesen als Kulturtechnik ist eine wichtige Schlüsselkompetenz, die im Rahmen des Erstsprachunterrichts gut abgesichert werden muss. Da Kinder mit unterschiedlichen Vorläuferfertigkeiten in die Schule kommen, resultieren daraus immer häufiger Lautsynthese- und -analyse-Schwierigkeiten. Nach Erkenntnissen aktueller lerntheoretischer Forschungen ist auch der Leselernprozess als handlungsorientierter Prozess zu sehen. Unter Einfluss neurowissenschaftlicher Erkenntnisse der „Embodied Cognition“ versteht die Autorin daher das Lesen(lernen) als einen „Embodied Reading“-Prozess. Der folgende Beitrag versucht am Beispiel des fachdidaktischen Konzepts KUL® darzulegen, inwiefern Forschungen im Bereich der Neurowissenschaften sowie der Sprachwissenschaften genutzt werden können, um die Bedeutung „multimodalen Inputs“ anhand visueller und motorischer Artikulationshilfen für das Lesenlernen herauszustreichen. Die Umsetzung multimodaler (Lese-)Lernhilfen erfolgt bei KUL® durch den Einsatz von Mundbildern sowie artikulatorischer und motorischer Gesten. Einen besonderen Stellenwert hat die Lautsprache – also das bewusste Sprechen von Lauten und Wörtern, weshalb relevante Aspekte der deutschen Phonematik[1] mit Fokus auf das deutsche Lautprinzip – in den didaktischen Übungsformen berücksichtigt werden. Der Vorschlag eines stufenweisen Kompetenzaufbaus soll die Relevanz gut abgesicherter Vorläuferfertigkeiten für den Schriftspracherwerb untermauern, um schließlich darauf aufbauende körperbasierte Übungen des Konzepts KUL®, deren Umsetzung auch gut im Primarstufenunterricht möglich ist, exemplarisch darzulegen.

Schlagwörter: Lautsynthese- und -analyse, multimodaler Input, visuelle und motorische Gesten, fachdidaktisches Konzept KUL®

Einleitung

Es steht außer Frage, dass der weitreichende Einfluss durch das Beherrschen schriftsprachlicher Fähigkeiten (Kirschhock, 2004, S. 13) nicht nur Auswirkungen auf den Schulerfolg hat, sondern auch einen hohen Stellenwert in der Gesellschaft genießt, weshalb gute schriftsprachliche Kompetenzen auch Schlüsselqualifikationen (Schneider, 2017, S. 15) für die berufliche Karriere darstellen. Umso dringlicher ist daher der Auftrag an Pädagog*innen, Problemen beim Erlernen des Lesens entgegenzuwirken. Das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2022, S. 7) weist aufgrund aktueller OECD-Studien (PISA, PIRLS) darauf hin, dass beinahe jede*r fünfte Schüler*in deutliche Schwierigkeiten beim Lesen hat. Die Notwendigkeit, kognitive Prozesse des Lesens im Gehirn von Leseanfänger*innen sowie damit verbundene Prinzipien des deutschen Schrift- und Lautsystems zu verstehen, bildet für Lehrkräfte die Wissensgrundlage, um darauf aufbauend qualitative Übungsformen auswählen und umsetzen zu können. Auch die Relevanz von Vorläuferfertigkeiten – insbesondere die phonologische und artikulatorische Bewusstheit – müssen in der schulischen Umsetzung entsprechende Anknüpfungspunkte finden. Im Folgenden wird daher zunächst der Leselernprozess als kognitiver Prozess im Gehirn erklärt.

Der Leselernprozess und damit verbundene Schwierigkeiten

Zu Beginn des Leselernprozesses gilt es, eine funktionierende Laut-Buchstaben-Zuordnung aufzubauen, die dann mit zunehmender Übung den Aufbau eines Sichtwortschatzes begünstigt. Laute und Buchstaben in verschiedenen Varianten und Qualitäten zu erfassen, begründet ein Element der Lesefertigkeit und ist gleichsam Grundlage für das Lesenlernen (Wolf, 2004, S. 393). Was sich im Gehirn beim Lesen abspielt, gibt der Wissenschaft schon fast 30 Jahre Anlass für Diskussion und Forschung (Dehaene, 2010, S. 39). Im deutschsprachigen Raum ist v. a. das Kompetenzentwicklungsmodell des Lesens (Gasteiger-Klicpera et al., 2020, S. 29), das sich für regelhafte Orthographien wie die des Deutschen anbietet, durch Studien erforscht worden. Das Modell konzentriert sich dabei weniger auf Entwicklungsphasen, sondern vielmehr auf wesentlich zu erwerbende Lesekompetenzen (Gasteiger-Klicpera et al., 2020, S. 28). Dehaene (2010, S. 39) verdeutlicht daher, dass der Aufbau von Lesekompetenz zunächst beim gesprochenen Wort ansetzen muss. Erst darauf aufbauend kann Schriftsprache als notwendiges Hilfsmittel der gesprochenen Sprache erlernt werden.

Das Kompetenzentwicklungsmodell sieht zwei Wege des Lesens vor: Beim *nicht-lexikalischen* Lesen, auch *phonologischer Abruf* oder *indirekter Weg* genannt, erfolgt das Worterkennen mittels *phonologischer Rekodierung* (Coltheart, 1978, S. 151–216, 2005, S. 6–11; Gasteiger-Klicpera et al., 2020, S. 29). Dabei erschließt sich typischen Leseanfänger*innen das Wort sequenziell aus der Buchstabenfolge. Die im Wort wahrgenommenen Buchstaben werden sukzessive rekodiert, also entschlüsselt, indem den Buchstaben die im Deutschen vorhandenen Laute zugeordnet werden. Oft entstehen sogenannte *Probeartikulationen*, die noch kein sinnvolles Wort ergeben, weshalb der eigentliche Sinn des Wortes noch nicht greifbar ist. Erst eine korrekte Aussprache des Gelesenen, die das Verstehen eines Wortes begünstigt, wird als gelingender Leseprozess verstanden. Mit zunehmender Übung wird dann eine Buchstabenfolge als Ganzes abgespeichert (Schründer-Lenzen, 2013, 43f). Mit steigender Automatisierung des phonologischen Rekodierens (indirekter bzw. nicht-lexikalischer Leseweg) bildet sich dann eine neue Strategie, die als *partiell-lexikalisches* Lesen bezeichnet wird. Hier besteht der Mehrwert darin, dass das ursprüngliche buchstabenweise Zusammenlauten um größere Bausteine ergänzt wird, weshalb sogenannte *sublexikalische Einheiten* (z. B. Silben oder Morpheme) auf einmal erkannt werden (Gasteiger-Klicpera et al., 2020, S. 29). Beim *lexikalischen Lesen*, auch *direkter* Weg des Lesens, erfolgt das Worterkennen durch automatisierten Zugriff auf ein so genanntes *mentales Lexikon*, über das nur geübte Leser*innen verfügen. Neben dem abgespeicherten Schriftbild enthält dieses Lexikon auch Informationen über die Aussprache und Bedeutung. Aufgrund des automatisierten Wortabrufs bietet der lexikalische Weg folglich erhebliche Geschwindigkeitsvorteile (Gasteiger-Klicpera et al., 2020, S. 29-30).

Um der Frage nach guter Lesefähigkeit nachzugehen, sieht Schneider (2017, S. 74) die Kompetenz in einem zunehmend schneller und flüssiger werdenden Lesevorgang, der sich durch den im Langzeitgedächtnis aufgebauten Sichtwortschatz erklären lässt. Hinzu kommt, dass ein Kind auch fähig sein muss, Zusammenhänge des Gelesenen zu erkennen und dementsprechend die Wörter korrekt zu betonen. Sobald der gelesene Text mit dem eigenen Weltwissen verknüpft werden kann, wird nicht mehr von einer basalen Lesefähigkeit gesprochen, da hier bereits hierarchiehöhere Prozesse einbezogen werden. Folglich wird klar, dass das selbstständige Überwachen des Leseprozesses eine notwendige Voraussetzung des Lesens ist (Schneider, 2017, S. 23). Dehaene (2010, S. 40) zieht zudem die Fähigkeit des *mentalen* Lesens heran. Demnach sind gute Leser*innen in der Lage, ein gesichtetes Wort im Geiste zu artikulieren, also automatisch in hörbare Laute umzuwandeln und so indirekt zu verstehen. Daraus resultierend schließen Klicpera und Gasteiger-Klicpera (1995, S. 18-19), dass die im Lexikon enthaltenen Wörter immer auch phonologisch-artikulatorische Informationen enthalten, die über die Aussprache abgerufen werden. Darum lässt sich sagen, dass gutes Lesen mit ausreichendem Leseverständnis (Klicpera & Gasteiger-Klicpera, 1995, S. 313) sowie der Fähigkeit beide Lesewege zu beherrschen, verbunden ist (Hofer, 2017, S. 331).

Probleme beim Leseerwerb als auch bei der Anwendung des phonologischen Rekodierens, also der Lautsynthese, führen nach Mayer (2022, S. 13–16) zu einem Teufelskreis, da sich durch mühsames Erlesen von Wörtern die Schwierigkeiten noch weiter verfestigen. Ein schwacher Wortschatz sowie meist ausbleibender Lernerfolg aufgrund zu geringer kognitiv-linguistischer Kompetenzen ist daher häufig die Folge. Diese Kinder sind nicht in der Lage, Propositionen einzelner Sätze (Mikrostruktur) zu abstrahieren, um sich letztlich einen sinnvollen Textgehalt (globale Kohärenzbildung) erschließen zu können.

Die Schwierigkeit liegt darin, dass leseschwache Kinder zwar meist den Laut zum entsprechenden Buchstaben nennen können – die einzelnen Laute allerdings nicht miteinander verbinden können, weshalb ihnen keine korrekte Aussprache gelingt. Die Problematik kann daher in einer fehlerhaften Dekodierfähigkeit und fehlendem lexikalischen Lesen verortet werden. Der Lesevorgang erfolgt daher langsam, fehlerhaft und mühsam (Fischer & Klicpera-Gasteiger, 2013, S. 69-70).

Im Gegensatz zum Sprechen liegt die Schwierigkeit des Lesens darin, dass das gesprochene Wort silbisch strukturiert ist, d. h. die Betonung eines Wortes folgt einem metrischen Grundmuster – im Deutschen jenem des trochäischen Zweisilbers (Thelen, 2002, S. 10). Um schließlich die zugrundeliegenden, kleineren Einheiten (Phoneme) herauszufiltern und ferner verschriften zu können, bedarf es zuvor der Analyse genannter Silben (Stein, 2001, S. 509). Mit anderen Worten: Damit ein Sprachsignal erfasst werden kann, müssen die empfangenen Schallwellen zunächst vom Gehirn analysiert werden (Dahmen & Weth, 2018, S. 14). Der hohe Abstraktionsprozess beim Lesen besteht darin, die in den Wörtern zusammenhängend gesprochenen („ko-artikulierten") Laute zu trennen. Dies ist für Kinder insofern schwierig, da beim Hören des Gesprochenen nicht markiert wird, wo der Laut anfängt oder aufhört (Schneider, 2017, S. 36). Diese Erkenntnis ist somit ein Meilenstein für die Entwicklung visueller Artikulationshilfen wie z. B. Mundbilder, denn das Abbild eines Lautes – dargestellt als Mundbild – zeigt an, wann ein Laut anfängt oder endet (Konrad & Lindtner, 2019, S. 46). Auch Dehaene (2010, S. 273) bestätigt, dass eine Lautschulung durch das Wahrnehmen der Laute mit besseren Leseleistungen korreliert. Demnach wirkt eine ausreichende sprachliche und visuelle Entwicklung entscheidend auf den Erwerb der Kulturtechnik des Lesens und Schreibens ein (Dehaene, 2010, S. 223). Insofern ist unumstritten, dass die Phonologische Bewusstheit eine bedeutende metalinguistische Kompetenz darstellt, die eng mit der Sprachentwicklung korreliert (Schäfer et al., 2015, S. 19), weshalb sie auch zu einer gelingenden Lese- und Rechtschreibentwicklung beiträgt (Berendes et al., 2010, e48).

Fertigkeiten der Phonologischen Bewusstheit schließen einerseits das Zerlegen von Wortstrukturen (Analysefähigkeit) andererseits Verbinden von lautlichen Strukturen mit ein (Synthesefähigkeit) (Steinbrink & Lachmann, 2014, S. 20). Mit dieser Fähigkeit zur Einsicht in die Lautstruktur (Schneider, 2017, S. 36) wird zwischen der *Phonologischen Bewusstheit im weiteren Sinne (PB2)*, welche sich mit der Einsicht auf lautlich größere Einheiten wie dem Silbenbestand befasst, und der *Phonologischen Bewusstheit im engeren Sinne (PB1)* unterschieden. Diese beschäftigt sich mit lautlich kleineren Einheiten, also dem Lautbestand (Steinbrink & Lachmann, 2014, S. 20). Nach Hulme et al. (2002, S. 2f) lassen sich v. a. durch Ergebnisse auf Lautebene Rückschlüsse zu deren Leseleistung ziehen. Insofern ist ein gutes Bewusstsein für Laute eine unerlässliche Grundlage für den Leselernprozess, besonders deshalb, weil vor den schriftlichen Einheiten zuerst lautliche Einheiten entdeckt werden müssen (Dehaene, 2010, S. 230).

Multimodalität als Schlüssel des Konzepts KUL®

Unter Multimodalität kann nach Stangl (2022) die „multimodale oder kreuzmodale Wahrnehmung […] als Wechselwirkung und Integration verschiedener Sinnessysteme, also etwa der visuellen und der haptischen Wahrnehmung" bezeichnet werden.
Im Sinne dieser Begriffsklärung wird im Konzept KUL® auf folgende multimodale Leselernhilfen Bezug genommen:

- **Visuelle** Artikulationshilfen durch Mundbilder
- **Motorischer** Input durch a) inhaltstragende Gesten sowie b) artikulatorische Gesten als Grundlage der Artikulation
- Zusätzlich nimmt **sprachlicher Input** durch das laute Lesen und der Kopplung von Sprache und Handlung (durch begleitendes Schreiben) sowie **auditiver Input** durch die vergleichende Darstellung von Aussprache und Betonung einen hohen Stellenwert ein.

Der Einfluss von Multimodalität auf unser Gedächtnis (Glenberg, 1997, S. 495; Mathias &

Kriegstein, 2023, S. 81f) ist insofern von Belang, da sich das Verständnis auf körperlich, physische Handlungen bezieht, weshalb mentale Vorstellungen als verkörpert betrachtet werden können. Bestätigt wird das hier Ausgeführte im Lexikon der Neurowissenschaften: Hanser (2000, o. S.) spricht von einem 'multimodalen Cortex'. Hinzu kommt, dass die im Gedächtnis gespeicherten Muster die Art der körperlichen Handlung widerspiegeln und sich in weiterer Folge mit der Zielhandlung verbinden. Die bloße Wahrnehmung von relevanten Objekten löst die im Gedächtnis gespeicherten Handlungsmöglichkeiten aus (Glenberg & Kaschak, 2002, S. 558f; Glenberg et al., 1998, S. 247). Unser komplexes Gedächtnis enthält somit viele multimodale Komponenten aus den Bereichen Sehen, Hören, Handeln, Raum, Affekt oder Sprache, die beim Informationsabruf in Einklang gebracht werden müssen. Das heißt, in der Wahrnehmung und im impliziten Gedächtnis erfassen Assoziationsbereiche einer Modalität (z.B. beim Sehen) innere Repräsentationen, die später Simulationen auslösen (Barsalou, 2008, S. 622f). In Bezug auf das Lesen bedeutet das, dass die Verarbeitung eines Wortes die Verarbeitung eines nachfolgenden Wortes beeinflusst, wenn zwischen beiden Wörtern eine semantische oder kategorielle Beziehung besteht.

Es ist nachgewiesen, dass beim Lesen von Buchstaben sensorisch-motorische Areale im Gehirn aktiv sind, die beim Schreiben mit der Hand (Kiefer & Trumpp, 2012, S. 16) bzw. ebenso beim lauten Sprechen (Radigk, 2010, S. 95) aktiv sind. Schon das einfache Lesen von Bewegungsverben aktiviert Teile motorischer Bereiche im Gehirn (Macedonia, 2019, S. 3). Auf ähnliche Weise löst das Lesen von Geruchswörtern eine Aktivität in olfaktorischen Regionen des Gehirns aus (González et al., 2006, S. 906f). Die Bedeutung für den Schriftspracherwerb liegt darin, dass in der Sprache des Gehirns jedem Wort je nach Aufgabe und Erfahrung „neuronale Elemente“ für eine spätere Verarbeitung zugewiesen werden, die eine Art *sensomotorisches Netzwerk* repräsentieren. Je nach gesammelten Erfahrungen – also auch körperliche Erfahrungen [Anmerkung der Verfasserin] – kann sich das Konzept eines Wortes ergo noch ändern bzw. erweitern (Pulvermüller, 1999, S. 287).

Um die neurowissenschaftlichen Erkenntnisse in die Pädagogik einfließen zu lassen, kommt der „Embodied Cognition“ im Konzept KUL® ein besonderer Stellenwert zu.

Der Embodied-Cognition-Ansatz

Das Konzept geht davon aus, dass menschliche Kognition grundlegend in sensomotorischen Prozessen sowie in inneren Zuständen unseres Körpers verankert ist (Ionescu & Vasc, 2014, S. 275).

Bei Betrachtung der Etymologie der beiden Wörter, bedeutet der Begriff „embodied“ so viel wie *„verkörpert/ verleiblicht“* oder *„etwas zum Ausdruck bringen/ etwas aufnehmen“*. Kognition kommt vom lateinischen *„cognosco“* und meint *„kennen lernen, erkennen“*. Die Kognition ist Sammelbegriff für Prozesse, die sich auf die Aufnahme, Verarbeitung und Speicherung von Informationen beziehen (Hänsel, Baumgärtner, Kornmann & Ennigkeit, 2016, S. 24). Denkprozesse entspringen demnach immer in Handlung und Wahrnehmung. Eben darum wird von *verkörperter Kognition* gesprochen. Denn auch das Gehirn, welchem geistige Tätigkeiten zugeschrieben werden, ist Organ des Körpers und funktioniert nur mit diesem. Ein geistiger Prozess stellt daher keine abstrakte Größe dar. Folglich werden kognitive Prozesse durch körperbasierte Systeme wie Wahrnehmung und Handlung vermittelt (Pulvermüller, 1999, S. 261; Pulvermüller, 2005, S. 576-578).

Anhand dieser Erkenntnisse kann schlussfolgernd eine enge Verbindung von Körper und Bildung angedacht werden. Denn viele dieser kognitiven Prozesse sind wichtig für das Sprachverständnis, das Lesen oder für mathematische Fähigkeiten (Glenberg, 2008, S. 355). Insofern sollte bei der Wahl pädagogischer Interventionen die Funktionsweise des menschlichen Gehirns berücksichtigt werden.

Informationsstufenmodell nach Radigk

In Anbetracht verschiedener kindlicher Entwicklungsphasen begründete Werner Radigk ein Modell mit drei Informationsstufen, das auch auf den Schriftspracherwerb übertragen werden kann.

Die erste Informationsstufe besteht im Wesentlichen darin, dass abstrakte Symbolik nur eine Bedeutung für uns hat, wenn *reale Erfahrungen* zugrunde liegen. Die Ebene der Realität bildet die Grundlage der Sprache, da diese ohne Bedeutung sinnlos wäre (Radigk, 2010, S. 43, 44, 65, 97).

Die gemachten Handlungserfahrungen werden dann in der zweiten Ebene mit der Lautsprache verknüpft, also sprachlich kodiert. Sprache ist demnach eine erste Abstraktion von der Handlung, indem das Gehörte mit einer konkreten Erfahrung verknüpft wird. Das korrekt gesprochene Lautwort bietet die Voraussetzung für das korrekt gelesene Wort. Durch Sprache kann erreicht werden, sich von rein gegenständlichen Dingen zu lösen, sodass sprachliches Denken bzw. geistiges Operieren möglich wird. Umgekehrt können durch das gesprochene Wort alle verknüpften Erfahrungen abgerufen werden. Handlung und Sprache sind entsprechend eng miteinander vernetzt (Radigk, 2010, S. 44, 67, 71, 97, 163). Folgt man den Forschungen des kanadischen Pädagogen Jim Cummins (1979, S. 12-13), welcher sich besonders mit der Sprachentwicklung bzw. konkret mit der Entwicklung von Literalität (Schriftspracherwerb) beschäftigt, gilt Lesen daher zurecht als *kognitiv-akademische Sprachprofizient* (kurz: CALP[2]: Cognitive Academic Language Proficiency), welche die Grundlage für den Umgang bzw. der Manipulation von Schriftsprache bildet.

Die höchste Stufe, welche auf Lautsprache aufbaut, ist jene der Schriftzeichen, wo das gesprochene Wort dann mit Buchstaben kodiert wird. Schrift gewinnt so ihren Bedeutungsgehalt, da die Buchstaben für gesprochene Laute stehen. Diese Beziehung gründet im phonologischen Prinzip durch die Buchstaben-Laut-Verbindung, welche Radigk als Schlüssel zum „Codierungssytem Schrift“ erklärt. Die Ebene der Symbolik ist zwar eine hohe Abstraktion von Sinngehalten, allerdings kann so Wissen schriftlich festgehalten werden (Radigk, 2010, S. 44, 97, 125, 133, 169).

Das Modell zeigt seine Relevanz in der Didaktik, da der Aufbau von Lernvorgängen unter Berücksichtigung dieser Erkenntnisse von Belang ist. Das heißt für den Schriftspracherwerb, dass die Stufe der Symbolik auf die darunterliegenden Ebenen angewiesen ist (Radigk, 2010, S. 97-99). Damit der Kodierungsprozess des Lesens gelingt, muss das Lautwort mithilfe der Motorik (=Handlungsebene) unter Zuhilfenahme von artikulatorischen Gesten in seine einzelnen Bausteine zerlegt werden (Konrad & Lindtner, 2018, 10-11).

Stufenweiser Kompetenzaufbau

Für einen möglichst problemlosen Schriftspracherwerb bedarf es bestimmter sprachlicher Vorläuferfähigkeiten. Anhand der Entwicklung der Phonologischen Bewusstheit wird im Folgenden der Versuch eines stufenweisen Kompetenzaufbaus dargestellt.

Bedeutung und Entwicklung der Phonologischen Bewusstheitk

Die Phonologische Bewusstheit (kurz: PB) ist nach Valtin (2020, S. 5) zweifelsfrei eine wichtige „Komponente“ für das Erlernen des deutschen alphabetischen Schriftsystems, das die Sprachlaute anhand von Schriftzeichen zu übersetzen versucht. In der Fachliteratur findet sich bezüglich Entwicklung und Einfluss der PB für den Schriftspracherwerb allerdings keine einheitliche Erklärung. Einige vertreten die Meinung, dass die PB bereits vorhanden sein muss, bevor sich Kinder die Schriftsprache aneignen. Eine andere Annahme ist, dass die PB als *Ergebnis* des schulischen Unterrichts gesehen wird (Schründer-Lenzen, 2013, S. 88). Studien zur PB sprechen für die *Kombination* (Schneider, 2017, S. 57) aus den bereits genannten Punkten, da die PB das Erlernen von Sprache und Schrift positiv beeinflusst, und auch der Schriftspracherwerb selbst zu einer verbesserten PB führt. Valtin (2012, S. 3) spricht daher von einer wichtigen *Komponente*, jedoch von keiner Voraussetzung. Da das Konzept der PB sehr komplex ist, handelt es sich nach Mayer (2011, S. 50) um ein „Konglomerat ganz unterschiedlicher Teilfähigkeiten“. Eine notwendige Voraussetzung ist daher von der Bedeutung eines Wortes abzusehen und sich rein auf die *lautliche Struktur* zu konzentrieren (Valtin, 2010, S. 5). Auch Fischer und Pfost (2015, S. 35) stellen fest, dass die Fähigkeit zur *Analyse der Lauteinheiten* stärker mit Lese- und Rechtschreibfähigkeiten korreliert als die Analyse größerer Bestandteile, wie Reime oder Silben, weshalb die Fähigkeit Laute herauszufiltern eine hinreichende *Bedingung* für die Anwendung der alphabetischen Lesestrategie (indirekter Weg) ist. Diese setzt die systematische Zuordnung von Buchstaben und Lauten voraus und erfordert damit die Fertigkeit zur Lautgliederung (Scheerer-Neumann, 2015, S. 63, 77). Um die Laute eines Wortes *herauszuhören*, muss das Kind bereits in der Lage sein, artikulatorische und akustische Elemente zu abstrahieren (Klabunde et al., 2022, S. 4). Somit ist klar, dass die Entwicklung der Lautbewusstheit *nicht spontan*, sondern durch gezielte Übung vorangetrieben wird (Schneider, 2017, S. 58). Aufgrund dieser Erkenntnis wird im Folgenden auf den Zusammenhang von Sprachwahrnehmung und Sprachproduktion in Verbindung mit der artikulatorischen Bewusstheit eingegangen.

Bedeutung der artikulatorischen Bewusstheit

Zunächst ist relevant zu wissen, dass gesprochene Sprache *nichts* mit einer Aneinanderreihung einzelner sprachlicher Lauteinheiten zu tun hat. Der Fortschritt der Notation von Sprachlauten in Form von Schriftzeichen ermöglichte allerdings *isolierbare* Einheiten zu kennzeichnen (Andresen, 1985, S. 18, 37). Das mündliche Sprachsignal ist wesentlich komplexer, da einzelne Elemente fließend ineinander übergehen (Klicpera & Gasteiger-Klicpera, 1995, S. 6). In diesem Zusammenhang spricht man aufgrund der parallel verlaufenden Bewegungen beim Artikulieren der Lauten von „Ko-Artikulation“ (Höhle, 2010, S. 43-44), was wiederum bestätigt, dass keine direkte Beziehung zwischen dem Sprachlaut und dem akustischen Signal hörbar ist (Konrad & Lindtner, 2020a, S. 219). Davon geht auch die sogenannte *Motor theory of speech perception* aus. Sie besagt, dass Sprache aufgrund der Beziehung zwischen Artikulation und dem akustischen Signal anders als andere Klänge verarbeitet wird. Artikulationsgesten, die die Laute motorisch steuern, sind zentral für die Wahrnehmung und Identifikation von Lautsegmenten, da beim Hören gesprochener Sprache genau jene Artikulationsgesten identifiziert werden, mit denen die gehörten Laute produziert werden (Höhle, 2010, S. 50). Folglich ist eine rein auditive Förderung der Phonologischen Bewusstheit im engeren Sinne nicht möglich (Konrad & Lindtner, 2020a, S. 219), da es den Rückgriff auf artikulatorische Gesten braucht. Diese sind Bewegungsentwürfe für unsere Sprechwerkzeuge, die im Zuge der Artikulation wiedererkannt werden (Klicpera & Gasteiger-Klicpera, 1995, S. 5). Das *bewusste Wahrnehmen* und der Zugriff auf artikulatorische Gesten setzt Lindtner (2017, S. 39-40) mit dem Begriff der *artikulatorischen Bewusstheit* als Synonym zum englischen Begriff ‚articulatory awareness‘ fest. Es beinhaltet neben dem Benennen einzelner Sprechwerkzeuge auch das Bestimmen der Position und Bewegung der Artikulationen. Durch die Konzentration auf die *Veränderung der Mundstellung* wird dem Kind klar, wann ein Laut beginnt bzw. endet – die unklare Struktur des akustischen Signals wird spürbar (Lindtner, 2017, S. 46). Die ‚motor-articulatory feedback theory‘ begründet, dass sich leseschwache Kinder und Erwachsene beim Sprechen der Stellung und Bewegungen ihrer Sprechwerkzeuge nicht bewusst sind und daher nicht fähig sind, ein spezifisches Wort auszusprechen. Ein Bewusstsein des Artikulationssystems würde hier zu Verbesserungen führen (Behbood et al., 2010, S. 1). Basierend auf diesen Erkenntnissen wird im Konzept KUL® auch auf den Aufbau eines *gut entwickelten Mundschemas* Wert gelegt, da eine sichere Sprechmotorik (Breuer & Weuffen, 2002, S. 24) eine Komponente elementarer Sprachwahrnehmungsleistungen darstellt. Sobald Kinder ihrer Mundbewegung bewusst Aufmerksamkeit schenken, lernen sie zu spüren, wie sich der Laut bei der Bildung im Mundraum *anfühlt* und wo genau der Laut entsteht (Wolf, 2004, S. 388). Im Besonderen wird die Entwicklung des Mundschemas gefördert, indem die Kinder ihren Mund-, Nasen- und Rachenraum gezielt benennen können und wissen, wann Stimme bei der Lautbildung eingesetzt werden muss (Lange, 1886, S. 151).

Embodied Reading – Lesen als motorischer Prozess

Um die Bedeutung von visuellen bzw. motorischen Gesten im Sinne eines Embodied-Reading-Prozesses zu verdeutlichen, wird nun erklärt, welche Rolle Mundbilder bzw. inhaltstragende Gesten spielen.

Mundbilder als visuelle Artikulationshilfen

Da die schriftliche Symbolik eine hohe Kodierungsanforderung für das Kind darstellt, ist das Entziffern von Schrift wesentlich mehr als ein rein visuelles Erkennen von Buchstaben durch die Sehareale des Gehirns. Es bedarf zuvor einer Änderung des Kodes, der die für Kinder noch flüchtigen Elemente der Sprache repräsentiert (Dehaene, 2010, S. 229). Hier kommt das Artikulem als bildhafte Darstellung der Sprechhandlung ins Spiel. Es ist Bindeglied zwischen der *abstrakten Symbolik* und dem *Laut* und der genannte zusätzliche Kode, der die Repräsentation von Sprache ohne abstrakte Zeichen ermöglicht. Im Konzept KUL® ist das Ziel somit der Aufbau einer Phonem-*Artikulem*-Graphem-Korrespondenz, die den Kindern wesentlich mehr Stabilität bringt. Durch die spürbare Beziehung von Mundstellung und Buchstabe wird diese nachvollziehbar, während das Verhältnis von Phonem zu Graphem alleine, vielfach für Kinder nicht ausreichend ist (Konrad et al., 2014, S. 43-44). Unverständnis für den Einsatz von Mundbildern kommt häufig von Erwachsenen, da diese das Mundbilderlesen meist als schwierig empfinden. Begründet wird dies damit, dass geübte Leser*innen Schriftzeichen bereits effizient verarbeiten und abstrakter denken als Kinder. Das Visualisieren abstrakter Zeichen ist allerdings in der Musik gängige Abhilfe zum Erlenen von Instrumenten. Eine Griffanweisung dient als Handlungsanweisung für die noch abstrakte Notenschrift (Konrad et al., 2014, S. 43; Konrad, 2022).

Durch das wiederholte Lesen von Mundbildern wird die erforderliche Basis im Leseprozess, nämlich das Synthetisieren (Zusammenlauten) trainiert. Der Fokus auf die Lautbildung führt außerdem zu einer deutlicheren Artikulation der Kinder (Konrad et al., 2014, S. 68). Nach Brehm (2014, S. 173) bildet „die Basis einer stabilen phonetischen und phonologischen Eigenwahrnehmung das phonetisch korrekte und phonemisch deutlich wahrnehmbare Sprechen“.

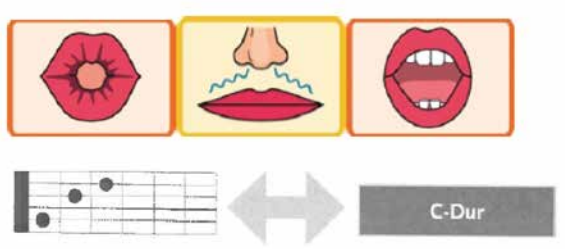


Abbildung 1: Mundbilder als Handlungsanweisung ähnlich wie bildhafte Griffanweisungen in der Musik (Konrad et al., 2014, S. 43)

Inhaltstragende Gesten als motorische Artikulationshilfen

Auf die motorische Entwicklung der Kinder mithilfe eines Trainings der Grob- und Feinmotorik der Fingermuskulatur bzw. einer ausreichenden Steuerung der Auge-Hand-Koordination wird im Lehrplan bereits hingewiesen (Wolf, 2004, S. 411). Die Bedeutung motorischer Gesten als „Bewegungen mit dem Körper oder bestimmter Körperteile“ (Konrad & Lindtner, 2020a, S. 215) unterscheidet sich von operationalen Handlungen, da das Gezeigte immer auf eine Bedeutung verweist. Im pädagogischen Kontext sind sprachbegleitende akzentuierende Gesten, also wenig komplexe gestische Bewegungen, die die Sprache betonen von besonderer Relevanz, da sie linguistische Einheiten verstärken (Urbach, 2000, S. 14-17). Die Embodied-Cognition-Theorie bezeichnet die Geste daher als Verkörperung der Sprache, weshalb eine hohe Synchronität von Sprache und Geste die optimale Voraussetzung für gutes sprachliches Verständnis bietet (McNeill, 2005, S. 1). Für ein nachhaltiges Lernen im Unterricht sind besonders kodifizierte gestische Handlungen mit Sinngehalt von Bedeutung, weil sie bewusst eingeführt und zielgerichtet eingesetzt werden können (Urbach, 2000, S. 27f). Ionescu und Vasc (2014, S. 277) betonen in diesem Zusammenhang, dass motorische Gesten das kenntlich machen, was Kinder bereits implizit wissen, aber noch nicht verbal ausdrücken können. Somit sind Gesten nicht nur für das Lernen an sich, sondern auch für die Diagnostik relevant. Das heißt im schulischen Kontext, dass Pädagog*innen erkennen, wo Schwierigkeiten und Probleme im Schriftspracherwerb liegen und so im Zuge des Lesetrainings *direkt* bei Problemlauten oder schwierigen Wortkombinationen ansetzen können.

Motorische Gesten kommen im Konzept KUL® durch die Wort-Silbe-Laut-Übung[3] (kurz: Wosila) zum Einsatz. Die Kinder untersuchen dabei ein Wort hinsichtlich orthographisch wichtiger Elemente auf drei Ebenen des Lautwortes. Zunächst wird das natürliche Lautwort ausgesprochen und *einmal gehüpft*[4]. Danach wird die betonte Silbe mittels *Klatschen* eruiert, um danach den darin enthaltenen langen oder kurzen Selbstlaut zu entdecken. Als Hilfestellung wird vergleichend eine fließende Armbewegung oder ein kurzer Faustschluss durchgeführt. Abschließend soll das Kind mithilfe der Klopfgeste die einzelnen Laute markieren. Da jeder Laut genau einer Artikulationsbewegung entspricht, sollen die Kinder diese Änderung durch eine Klopfgeste verdeutlichen. Das Besondere an diesem Konzept ist, dass durch das bewusste Klopfen auch Reduktionslaute (wie z.B. der Schwa-Laut *-er* im Wort besser) bewusst thematisiert werden und *einzeln* geklopft werden. Das heißt konkret: Den Kindern wird bewusst, dass es Laute gibt, die – um es kindgerecht zu formulieren – nicht immer ‚schön' ausgesprochen werden. Durch bewusstes Üben lernen die Schüler*innen sog. Murmelsilben kennen. Abschließend wird das Wort wieder als natürliches Lautwort ausgesprochen (Konrad & Lindtner, 2019, S. 49; Konrad & Lindtner, 2021, S. 26-28).

Sprache als auditive Artikulationshilfe

Um auf die Bedeutung der Sprache beim Lesen einzugehen, ist es hilfreich, Leseanfänger*innen zu beobachten. Es kann meist ein noch lautes Lesen festgestellt werden, da Kinder nur so deren Artikulation hören und wahrnehmen können, ob das produzierte Lautkontinuum Sinn ergibt. Mit lautem Lesen ist dabei das halblaute Vorsprechen vor sich selbst gemeint. Mit zunehmender Leseerfahrung ist ein stetes Leiserwerden bemerkbar, da sich das *Vorsprechen* allmählich mental abspielt. Zuerst führen die Kinder noch lautlose Lippenbewegungen durch – d. h. es findet noch ein motorischer Artikulationsprozess statt. Erst wenn sich die lautlose Artikulation komplett ins Gehirn verlagert, im Sinne eines inneren Sprechens, kann von geübten Leser*innen gesprochen werden (Schründer-Lenzen, 2013, S. 47). Interessant ist, dass nicht nur beim lauten, sondern auch beim leisen Lesen das kinästhetisch-motorische Zentrum im Gehirn aktiv ist, da für beide Leseprozesse die oben erwähnte innere Sprache produziert wird (Radigk, 2010, S. 124). Somit werden auch bei rezeptiven Prozessen, wie dem leisen Lesen, die Systeme und Kodierungen des lauten Lesens für geistige Operationen genutzt (Radigk, 1990, S. 73). Also ist das laute Mitsprechen auch beim Schreiben besonders wirksam, da die Kopplung von Graphem und Laut wesentlich nachhaltiger passiert, wenn während der Ausführung der graphomotorischen Spur ein begleitendes Mitsprechen erfolgt (Konrad et al., 2014, S. 9). Kinder beziehen sich beim Schreiben auf sprachlich-artikulatorische Muster, während der akustisch-sprechmotorische Vorgang des Mitsprechens mit zunehmender Automatisierung des Schreiblernprozesses weniger wird. Man spricht von einer Verlagerung von außen nach innen zum *innersprachlichen Konzept*. Kinder wie Erwachsene sprechen folglich nur noch bei schwierigen Wörtern halblaut mit (Breuer & Weuffen, 2006, S. 40). Da das KULe Konzept zusätzlich zur auditiven Wahrnehmung den Fokus auf die kinästethisch-artikulatorische Wahrnehmung legt, werden Wörter auf der Lautebene bewusst gedehnt gesprochen. Das heißt im Gegensatz zur *Silbenebene*, wo Kurz- und Langvokal mittels Armbewegungen bereits eruiert wurden, wird auf der *Lautebene* zunächst jeder Laut stark verlangsamt gesprochen, sodass jeder Laut *gleich viel* Zeit zur Aussprache erhält. Erklärend muss hier hinzugefügt werden, dass das Kind durch die vorher erarbeitete Analyse der Wortbetonungsmuster hier bewusst entgegen des natürlichen Ausspracherhythmus artikuliert – nur so ist das Spüren der Laute im Zuge der Artikulation besser und v. a. deutlicher möglich. Der Vorteil des gedehnten Sprechens am Beispielwort „Oma" (oooommmaaaa) ist, dass die Wortgestalt trotz des langsamen Lesens sehr nahe am natürlichen Lautwort liegt. Beim reinen Lautieren (o-m-a) ist das nicht der Fall, da Pausen, Murmelvokale oder der sog. Stimmlippenverschluss vorkommen (Konrad & Lindtner, 2019, S. 46).

Zusammenhang von Sprache und Schrift

Da die deutsche Schrift eine Alphabetschrift[5] (Thomé, 2011, S. 36) ist, wird von dieser erwartet, dass jedem Sprachlaut ein einziges Schriftzeichen zugeordnet wird. Die Entlehnung der lateinischen Schriftzeichen erforderte allerdings eine Anpassung an die deutsche Sprache. Diese Umformung führte folglich zu neuen Schriftzeichen (z.B. <sch> oder <ch>) (Thomé, 2018, S. 22). Die Verschriftlichung *eines Sprachlautes* mit nur *einem Schriftzeichen* funktioniert in der deutschen Sprache aufgrund der zugrundeliegenden lateinischen Schriftzeichen also nicht (Thomé, 2011, S. 36). Um die historische Entwicklung von Alphabetschriften im Bereich der Schreibung aufzugreifen, gibt es mehrere Prinzipien, die die Schreibung des Deutschen prägen (Eisenberg, 2017, S. 4). Grundlegend für die deutsche Rechtschreibung ist das *alphabetische Prinzip*, d. h. die phonographische Schreibung (Günther, 2010, S. 41). Allerdings ist keine Alphabetschrift heute *rein* phonographisch (Günther, 2010, S. 30), weshalb das Zusammenwirken mehrerer Prinzipien auch die phonographisch inkonsequente Schreibung begründet (Müller, 2010, S. 38; Bredel et al., 2017, S. 49–52). Dieses Mixsystem klärt damit, warum das zahlenmäßige Verhältnis von deutschen Phonemen und Graphemen nur im *zentralen*[6] deutschen Wortschatz 1:1 ist. Das *zugrundeliegende Prinzip* der deutschen Schriftsprache ist daher das *Lautprinzip*, auch phonematisches Prinzip (Thomé, 2018, S. 60, 62). So besteht mittlerweile Einigkeit, dass eine grundlegende Einsicht in dieses Prinzip zu Beginn des Lese- und Schreibprozesses vermittelt werden muss (Schründer-Lenzen, 2009, S. 67). „Das Deutsche hat eine Alphabetschrift, und damit ist klar, daß [sic] die Beziehung zwischen Lauten und Buchstaben grundlegend für die Schreibung ist [...]" (Augst & Stock, 1997, S. 115; zit. n. Thelen, 2002, S. 4).

Multimodale Übungsformen im fachdidaktischen Konzept KUL®

Neben dem Einsatz von *Mundbildern* und der Durchführung der *Wosila-Übung* zur Analyse des Lautbestandes setzt KUL® beim Lesen zusätzlich auf das *Picobello-Lesetraining*. Als multimodale Leselernmethode wird hier besonders auf die Qualität des Gelesenen Wert gelegt, um den eingangs erwähnten Aufbau des Sichtwortschatzes voranzutreiben (Konrad et al., 2014, 16-17). Über den Erfolg einer durchgeführten Einzelstudie zum Picobello-Lesetraining publizierte Eva Maria Hofer (2017).

Für eine sichere Beherrschung der Phonem-Graphem-Korrespondenz gibt es im KULen Konzept zusätzlich noch das *Nachspurtraining*. Mithilfe vorgefertigten Buchstabenmaterials wird die graphomotorische Ausführung erleichtert bzw. die Buchstabenform unter Rückgriff auf die Motorik – durch das sprechbegleitende Schreiben – nachhaltig abgespeichert (Konrad & Lindtner, 2020a, S. 224).

Schlussbemerkungen

In diesem Beitrag wurde untersucht, inwiefern das Lesenlernen durch multimodalen Input in Form von Mundbildern bzw. durch inhaltstragende Gesten erleichtert werden kann und welche körperbasierten Übungen die Umsetzung möglich machen.

Zunächst kann in Anlehnung an Konrad et al. (2014, S. 16-17) gesagt werden, dass die Kriterien für gutes Lesen einen ausreichenden Sichtwortschatz (ca. 1000 Wörter) erfordern, damit das Kind unter Rückgriff auf eine gut abgesicherte Phonem-Graphem-Korrespondenz fähig ist, *korrekt, flüssig* und mit entsprechender *Betonung* zu lesen. Hinsichtlich der auftretenden Lesehürden liegt nach Wolf (2004, S. 395) eine der häufigsten Schwierigkeiten darin, die einzelnen Laute korrekt zu verschmelzen. Nur eine fließende Lautsynthese ermöglicht es, den Sinn des Wortes zu erschließen. Voraussetzung für eine gute Lesekompetenz sind ausreichende lautanalytische Fähigkeiten, die auf einer gut geschulten Wahrnehmung von Lauten aufbauen. Auch die Kompetenz, silbische Strukturen für die Aussprache zu nutzen, ist ein nächster Schritt, um Wörter schnell erfassen zu können. Die Schwierigkeit des Lesens gegenüber dem Sprechen besteht darin, dass vom Kind ein hoher Abstraktionsprozess verlangt wird, denn Sprechen verläuft silbisch und die zu lesenden Zeichen sind lautlicher Natur.

Hinsichtlich der Vorläuferfertigkeiten ist die Phonologische Bewusstheit, insbesondere die PB im engeren Sinne, als hinreichende Voraussetzung bekannt, da die Fähigkeit zur Konzentration auf die Lautstruktur mit erfolgreichen Leseleistungen korreliert. Mittlerweile ist allerdings klar, dass diese Fähigkeit nicht von *selbst* aufgebaut wird – ein gezieltes schulisches Training ist nötig. Um den Zusammenhang von Sprachwahrnehmung und -produktion zu verstehen, hilft die „Motor theorie of speech perception“, da beim Hören in erster Linie die zugrundeliegenden artikulatorischen Bewegungen und nicht die Lautmuster selbst wahrgenommen werden, denn das Gehirn ruft linguistische Lautmerkmale anhand artikulatorischer Eigenschaften ab. Eine gute artikulatorische Bewusstheit, die das bewusste Wahrnehmen und Bestimmen der Position und Bewegung der Artikulationsorgane beinhaltet, ist wesentliche Handlungskomponente zum Analysieren von Lauten des gesprochenen Wortes, da der Rückgriff auf das Artikulem (als spürbares Mundbild) die Verbindung zur abstrakten Symbolik (Grapheme) erleichtert. Ein körperbasiertes und multimodales Lesenlernen gelingt mithilfe von Mundbildern, da diese den Kindern die Bewegungen anzeigen, die der Mund zur Lautbildung durchführen soll. Sie sind somit weniger abstrakt als Buchstaben und ermöglichen das Spüren der Laute. Zusätzlich braucht es noch die sprachliche Komponente: Durch das Dehnsprechen wird jeder Laut verlangsamt aneinandergereiht und bewusst mit der motorischen Handlung (Zähl- oder Klopfgeste) gekoppelt. Die einhergehende sprachliche Kodierung macht äußerlich sichtbar, was später innerlich vonstattengeht, wenn die geschilderten Prozesse automatisiert ablaufen. Die Erkenntnisse zur Bedeutung von Multimodalität legen dar, dass Lernen mit möglichst vielen Sinnen erfolgen muss. Daher ist auch die artikulatorische Bewusstheit im deutschsprachigen Raum im Zusammenhang mit einem gut wahrnehmbaren Mundschema eine notwendige Voraussetzung für Sprachwahrnehmung und -analyse. Das Konzept KUL® verhilft durch seine Übungsformen zum Lesenlernen im Sinne eines „Embodied Reading“-Prozesses, da die Vermittlung der zu erfassenden Grapheme motorisch und taktil-kinästhetisch unterstützt wird und so für das Kind wahrnehmbar ist. Der große Mehrwert des Lesenlernens mit visuellen und motorischen Artikulationshilfen durch Mundbilder und motorischer, inhaltstragender Gesten sowie sprachlicher Begleitung liegt darin, dass notwendige Vorläuferfertigkeiten gefestigt werden können. Zudem ist eine adäquate Umsetzung der Übungsformen von KUL® auch im schulischen Unterricht möglich.

Endnoten

[1] Der Begriff ‚Phonematik‘ meint je nach Kontext Unterschiedliches, weshalb in Anlehnung an (Bußmann, 2002, S. 511; Glück, 2005, S. 489; Martinet, 1973, S. 200–205) darauf hingewiesen wird, dass ‚Phonematik‘ im Zuge dieses Beitrags als *Oberbegriff* für Phonetik (Wissenschaft von sprachlichen Lauten und deren Eigenschaften) und Phonologie (Wissenschaft von der Funktion der Laute als Teilgebiet der Grammatik) verwendet wird.

[2] Im Unterschied dazu führt Cummins (1979) noch *‚basis interpersonal communicative skills‘* (BICS) an, die von Leisen (2010, S. 59-60) als *‚grundlegende Sprachkompetenzen‘* benannt werden. Sie gelten als Grundlage für den unmittelbaren kommunikativen Austausch.

[3] Eine detaillierte Beschreibung inklusive anschaulicher Bilder finden Sie in: Konrad & Lindtner (2020b).

[4] Da das Konzept KUL® die Wortebene auch beim Durchgliedern von Sätzen und Satzgliedern wieder aufgreift (vertiefend dazu: Konrad et al. (2021), wird pro Wort nur einmal gesprungen. Die Kennzeichnung mehrsilbiger Wörter wird ohnehin mittels der Klatschgesten dargestellt. Durch das einmalige Hüpfen eines Wortes erkennen Schüler*innen, dass Wörter und Satzglieder unterschiedliche Einheiten sind.

[5] Hinsichtlich der Rechtschreibung von Alphabetschriften darf mit Mayer (2022, S. 12-13) ergänzend hinzugefügt werden, dass das Deutsche primär eine möglichst ‚flache Orthographie‘ – mit dem Ziel einer 1:1-Entsprechung zwischen Lautfolge und Schrift – anstrebt (phonetisch-phonologisches Prinzip; auch Lautprinzip). Erst das morphematische (Prinzip der Worttreue; auch Stammprinzip) sowie das grammatische Prinzip lassen entsprechend ‚tiefe Orthographiesysteme‘ zu, welche dennoch Ableitungsbeziehungen erkennen lassen. Die Orthographie einer Sprache hat nach Gebhardt et al. (2022, S. 124-125) einen starken

Einfluss auf die Entwicklung des Lesens, weshalb die Beziehung von Laut und Buchstabe unbedingt aufgegriffen werden muss.

[6] Die Peripherie sowie Eigennamen sind ausgenommen.

Literatur

Andresen, H. (1985). Schriftspracherwerb und die Entstehung von Sprachbewußtheit. Verlag für Sozialwissenschaften. https://doi.org/10.1007/978-3-663-14320-8

Barsalou, L. W. (2008). Grounded cognition. Annual review of psychology, 59, 617–645. https://doi.org/10.1146/annurev.psych.59.103006.093639

Behbood, H., Fallahnezhad, M [Mehdi], Fallahnezhad, M [Mehdii], Seyyedsalehi, S. A. & Gharibzadeh, S. (2010). Improving phonological dyslexia using electrical stimulation in the articulatory system. The Journal of neuropsychiatry and clinical neurosciences, 22(3), 352a.e2-352.e2. https://doi.org/10.1176/jnp.2010.22.3.352.e2

Berendes, K., Schnitzler, C. D., Willmes, K. & Huber, W. (2010). Die Bedeutung von Phonembewusstheit und semantisch-lexikalischen Fähigkeiten für Schriftsprachleistungen in der Grundschule. Sprache Stimme Gehör, 34(03), e33-e41.
https://doi.org/10.1055/s-0029-1246203

Bredel, U., Fuhrhop, N. & Noack, C. (2017). Wie Kinder lesen und schreiben lernen. A. Francke Verlag.

Brehm, R. M. (2014). Handicap: Lesen und Schreiben? Geben Sie niemals auf! Die Chancen phonetisch-phonologischer Strategien. Springer Spektrum.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-55305-9

Breuer, H. & Weuffen, M. (2002). Lernschwierigkeiten am Schulanfang: Schuleingangsdiagnostik zur Früherkennung und Frühförderung. Beltz.

Breuer, H. & Weuffen, M. (2006). Lernschwierigkeiten am Schulanfang Lautsprachliche Lernvoraussetzungen und Schulerfolg. Beltz Verlag.

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.) (2022). Der schulische Umgang mit Lese- / Rechtschreibschwierigkeiten: Eine Handreichung.

Bußmann, H. (Hrsg.). (2002). Lexikon der Sprachwissenschaft (3., aktualisierte und erw. Aufl.). Kröner.
https://swbplus.bsz-bw.de/bsz098644408rez.htm

Coltheart, M. (1978). Lexical access in a simple reading task. In G. Underwood (Hrsg.), Strategies of information processing (S. 151–216). Academic Press.

Coltheart, M. (2005). Modeling Reading: The Dual-Route Approach. In M. J. Snowling & C. Hulme (Hrsg.), Blackwell handbooks of developmental psychology. The science of reading: A handbook (S. 6–23). Blackwell Publishing. https://doi.org/10.1002/9780470757642.ch1

Cummins, J. (1979). Cognitive/Academic Language Proficiency, Linguistic Interdependence, the Optimum Age Question and Some Other Matters. Working papers on bilingualism, 19, 197–205.

Dahmen, S. & Weth, C. (2018). Phonetik, Phonologie und Schrift. utb Verlag.
https://doi.org/10.36198/9783838547527

Dehaene, S. (2010). Lesen: Die größte Erfindung der Menschheit und was dabei in unseren Köpfen passiert. Knaus.

Eisenberg, P. (2017). Deutsche Orthografie: Regelwerk und Kommentar. De Gruyter.
https://doi.org/10.1515/9783110525229

Fischer, M. Y. & Pfost, M. (2015). Wie effektiv sind Maßnahmen zur Förderung der phonologischen Bewusstheit? Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 47(1), 35–51.
https://doi.org/10.1026/0049-8637/a000121

Fischer, U. & Klicpera-Gasteiger, B. (2013). Prävention von Leseschwierigkeiten. Diagnose und Förderung im Anfangsunterricht. Didaktik Deutsch: Halbjahresschrift für die Didaktik der deutschen Sprache und Literatur, 18(35), 63–81. https://doi.org/10.25656/01:17162

Gasteiger-Klicpera, B., Klicpera, C., Schabmann, A. & Schmidt, B. (2020). Legasthenie - LRS: Modelle, Diagnose, Therapie und Förderung. Ernst Reinhardt Verlag.
https://doi.org/10.36198/9783838554822

Gebhardt, M., Scheer, D. & Schurig, M. (Hrsg.). (2022). Handbuch der sonderpädagogischen Diagnostik. Grundlagen und Konzepte der Statusdiagnostik, Prozessdiagnostik und Förderplanung. Universität Regensburg.
https://doi.org/10.5283/epub.53149

Glenberg, A. M. (1997). Mental models, space, and embodied cognition. In T. B. Ward, S. M. Smith & J. Vaid (Hrsg.), Creative thought: An investigation of conceptual structures and processes (S. 495–522). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/10227-018

Glenberg, A. M. (2008). Embodiment for Education. In Handbook of Cognitive Science (S. 355–372). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-046616-3.00018-9

Glenberg, A. M. & Kaschak, M. P. (2002). Grounding language in action. Psychonomic bulletin & review, 9, 558–565. https://doi.org/10.3758/BF03196313

Glenberg, A. M., Kramer, D. C. & Langston, W. (1998). The representation of space in mental models derived from text. Memory & Cognition(26), Artikel 2, 247–262. https://doi.org/10.3758/BF03201137

Glück, H. (Hrsg.). (2005). Metzler-Lexikon Sprache (3., neubearb. Aufl.). Metzler. https://doi.org/10.1007/978-3-476-00088-0

González, J., Barros-Loscertales, A., Pulvermüller, F., Meseguer, V., Sanjuán, A., Belloch, V. & Avila, C. (2006). Reading cinnamon activates olfactory brain regions. NeuroImage, 32(2), 906–912. https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2006.03.037

Günther, H. (2010). Beiträge zur Didaktik der Schriftlichkeit (Bd. 6). Gilles & Francke.

Hanser, H. (2000). Online Lexikon der Neurowissenschaft. Spektrum Akademischer Verlag. https://www.spektrum.de/lexikon/neurowissenschaft/multimodaler-cortex/8000

Hofer, E.-M. (2017). Das Picobello - Lesetraining: Interventions- und Fördermaßnahme für Kinder in der Primarstufe. Pädagogische Horizonte,1, 229–339.

Höhle, B. (Hrsg.). (2010). Psycholinguistik. Akademie Verlag. https://doi.org/10.1524/9783050052861

Hulme, C., Hatcher, P. J., Nation, K., Brown, A., Adams, J. & Stuart, G. (2002). Phoneme awareness is a better predictor of early reading skill than onset-rime awareness. Journal of Experimental Child Psychology, 82(1), 2–28. https://doi.org/10.1006/jecp.2002.2670

Ionescu, T. & Vasc, D. (2014). Embodied Cognition: Challenges for Psychology and Education. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 128, 275–280. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.03.156

Kiefer, M. & Trumpp, N. M. (2012). Embodiment theory and education: The foundations of cognition in perception and action. Trends in Neuroscience and Education, 1(1), 15–20. https://doi.org/10.1016/j.tine.2012.07.002

Kirschhock, E.-M. (2004). Entwicklung schriftsprachlicher Kompetenzen im Anfangsunterricht. Klinkhardt.

Klabunde, R., Mihatsch, W. & Dipper, S. (2022). Linguistik im Sprachvergleich. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-62806-5

Klicpera, C. & Gasteiger-Klicpera, B. (1995). Psychologie der Lese- und Schreibschwierigkeiten: Entwicklung, Ursachen, Förderung. Beltz.

Sprache entdecken mit KUL. (2022). Unveröffentlichte Seminarunterlagen.

Konrad, C. & Lindtner, M. (2018). Unser Körper - der Schlüssel zum Erfolg? Der Embodied Cognition Ansatz als Grundlage für das Konzept KUL. MitSprache, 4, 5–17.

Konrad, C. & Lindtner, M. (2019). Mithilfe motorischer Gesten zur erfolgreichen Phonologischen Bewusstheit. MitSprache, 1, 43–54.

Konrad, C. & Lindtner, M. (2020a). Erfolgreich Lesen und Schreiben lernen - Die bedeutende Rolle der Artikulatorischen Bewusstheit. In C. Andrä & M. Macedonia (Hrsg.), Bewegtes Lernen: Handbuch für Forschung und Praxis. Lehmanns.

Konrad, C. & Lindtner, M. (2020b). Phonologische Bewusstheit erfolgreich erwerben: Sprache mithilfe der Wosila-Übung begreifbar machen. Praxis Grundschule, 4, 8–15.

Konrad, C. & Lindtner, M. (2021). Vom Spüren zum Hören: Eine bewegungsgestützte Möglichkeit zum Aufbau phonologischer Bewusstheit. Unsere Kinder, 5, 26–28.

Konrad, C., Lindtner, A. & Lindtner, M. (2014). Lilli, Leitfaden für den Deutsch-Unterricht 1. Trauner Verlag.

Konrad, C., Lindtner, A. & Lindtner, M. (2021). Lilli: Leitfaden für die KULen Satzgrammatikmatten (1. Aufl.). KUL - Körperbasiertes Unterrichten und Lernen. Trauner Verlag. https://permalink.obvsg.at/AC16400423

Lange, A. (1886). Artikulationsgymnastik im französischen Elementarunterricht. Zeitschrift Für Neufranzösische Sprache Und Literatur(8), 147–166. http://www.jstor.org/stable/40609464

Leisen, J. (2010). Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis. Varus.

Lindtner, M. (2017). Die artikulatorische Bewusstheit im engeren Sinne als wichtige Basiskompetenz für den erfolgreichen Lese-(Recht-)Schreiberwerb [Master's Thesis]. Universität Wien, Wien.

Macedonia, M. (2019). Embodied Learning: Why at School the Mind Needs the Body. Frontiers in psychology, 10, 2098. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02098

Martinet, A. (Hrsg.). (1973). Linguistik: Ein Handbuch. Metzler. https://doi.org/10.1007/978-3-476-02989-8

Mathias, B. & Kriegstein, K. von (2023). Enriched learning: behavior, brain, and computation. Trends in cognitive sciences, 27(1), 81–97. https://doi.org/10.1016/j.tics.2022.10.007

Mayer, A. (2011). TestTest zur Erfassung der phonologischen Bewusstheit und der Benennungsgeschwindigkeit (TEPHOBE): Manual. Max Reinhardt.

Mayer, A. (2022). Gezielte Förderung bei Lese- und Rechtschreibstörungen (4. Aufl.). Praxis der Sprachtherapie und Sprachheilpädagogik: Band 4. Ernst Reinhardt Verlag.

McNeill, D. (2005). Gesture and Thought. University of Chicago Press. https://doi.org/10.7208/chicago/9780226514642.001.0001

Müller, A. (2010). Rechtschreiben lernen: Die Schriftstruktur entdecken - Grundlagen und Übungsvorschläge. Klett Kallmeyer.

Pulvermüller, F. (1999). Words in the brain's language. Behavioral and Brain Sciences, 22, 253–336. https://doi.org/10.1017/S0140525X9900182X

Pulvermüller, F. (2005). Brain mechanisms linking language and action. Nature reviews. Neuroscience, 6(7), 576–582. https://doi.org/10.1038/nrn1706

Radigk, W. (1990). Kognitive Entwicklung und zerebrale Dysfunktion. Verlag Modernes Lernen.

Radigk, W. (Hrsg.). (2010). Wie lernen Kinder sprechen, lesen und schreiben? Ein Studienbuch zum Spracherwerb. Cornelsen.

Schäfer, B., Wessels, S. & Fricke, S. (2015). Phonologische Bewusstheit bei 3-Jährigen – Eine Pilotstudie. Sprache · Stimme · Gehör, 39(01), 19–23. https://doi.org/10.1055/s-0034-1370953

Scheerer-Neumann, G. (2015). Lese-Rechtschreib-Schwäche und Legasthenie: Grundlagen, Diagnostik und Förderung. Verlag W. Kohlhammer.

Schneider, W. (2017). Lesen und Schreiben lernen: Wie erobern Kinder die Schriftsprache? Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-50319-5

Schründer-Lenzen, A. (2009). Schriftspracherwerb und Unterricht: Bausteine professionellen Handlungswissens. VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schründer-Lenzen, A. (2013). Schriftspracherwerb. Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-531-18947-5

Stangl, W. (2022). multimodale Wahrnehmung. Online Lexikon für Psychologie und Pädagogik. https://lexikon.stangl.eu/28814/multimodale-wahrnehmung

Stein, J. (2001). The sensory basis of reading problems. Developmental neuropsychology, 20(2), 509–534. https://doi.org/10.1207/S15326942DN2002_4

Steinbrink, C. & Lachmann, T. (2014). Lese-Rechtschreibstörung. Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-41842-6

Thelen, T. (2002). Schrift ist berechenbar: Zur Systematik der Orthographie. In C. Röber-Siekmeyer & D. Tophink (Hrsg.), Schrifterwerbskonzepte zwischen Sprachwissenschaft und Pädagogik. Schneider Verlag Hohengehren.

Thomé, G. (2011). ABC und andere Irrtümer über Orthographie, Rechtschreiben, LRS/Legasthenie. ISB Inst. für sprachliche Bildung.

Thomé, G. (2018). Deutsche Orthographie: Historisch, systematisch, didaktisch : Grundlagen der Wortschreibung. isb-Fachverlag.

Urbach, T. (2000). Produktion und Rezeption von Gesten und Zeichnungen bei Aphasie und ihr Einsatz in der Aphasietherapie [Dissertation].

Valtin, R. (2010). Phonologische Bewusstheit - eine notwendige Voraussetzung beim Lesen- und Schreibenlernen? leseforum.ch, 2, 1–10. https://www.leseforum.ch/fr/myUploadData/files/2010_2_Valtin_PDF.pdf

Valtin, R. (2012). Phonologische Bewusstheit: Ein kritischer Blick auf ein modisches Konstrukt. Vorab-Onlinepublikation. https://doi.org/10.25656/01:20902

Valtin, R. (2020). Schreibenlernen erfordert mehr als "phonologische Bewusstheit". Eine Längsschnittstudie zur Entwicklung sprachanalytischer Fähigkeiten von Schulanfängern. Arbeitskreis Grundschule e.V. https://doi.org/10.25656/01:21177

Wolf, W. (Hrsg.). (2004). Kommentar zum Lehrplan der Volksschule. öbv& hpt.

Autor*innen

Autor*innen F&E 29

Martin Andre, Mag. Dr., ist Forscher und Dozent an der Pädagogischen Hochschule Tirol. Nach dem Lehramtsstudium an der Universität Innsbruck und mehrjähriger Praxis in der Sekundarstufe promovierte er 2020 an der Universität Linz. Seine Schwerpunkte in der fachdidaktischen Forschung und Lehre liegen in der statistischen Bildung und im Technologieeinsatz im Mathematikunterricht.

András Bátkai, Dr. habil. Dr. rer nat., hat seit 2016 eine ph1-Professur für Mathematik an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg. Promotion im Jahr 2000 an der Universität Tübingen, Habilitation im Jahr 2007 im Bereich Mathematik und Informatik an der Eötvös-Loránd Universität Budapest. Alexander von Humboldt-Stipendiat an der Universität Siegen in 2009-2010, DAAD-Gastprofessor Universität Wuppertal, 2014-2016.

Brigitta Békési ist Lehrerin für Mathematik an dem Gymnasium Schillerstraße in Feldkirch, sie bietet Vorbereitungskurse für die österreichische Mathematik-Olympiade an. Sie nimmt an Forschungsprojekten der Universität Linz teil und unterrichtet im Verbund West angehende Mathematiklehrerinnen und Lehrer im Fachpraktikum sowie im Brückenkurs.

Anna Dürr, Primarstufenlehrerin mit Zusatzstudium DaZ. Sie arbeitet aktuell als Abgeordnete Lehrkraft in der Mathematikdidaktik an der Universität Regensburg und gibt dort unter anderem Seminare zur Schuleingangsstufe. Zusätzlich bereichert sie an der PHV seit März 2022 als Materialentwicklerin das Team PERMAlis Mathemeer 2 mit ihren Ideen, Erfahrungen und Expertise.

Christoph Erath, HProf. Priv.-Doz. Dr., Hochschulprofessor (ph1) für Mathematik an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg, Habilitation für das Fach Angewandte Mathematik an der TU Wien, zuvor Studium der Mathematik an der TU Wien, Promotion in Mathematik an der Universität Ulm, PostDoc an der University of Colorado, Boulder, USA, und Professor für Numerische Mathematik an der TU Darmstadt, Forschungstätigkeiten und Projektleiter in Angewandter Mathematik.

Carmen Evermann, Primarstufenlehrerin, ausgebildete wissenschaftliche Mitarbeiterin und diplomierte Montessori-Pädagogin. Zurzeit ist sie als Abgeordnete Lehrkraft in der Mathematikdidaktik an der Universität Regensburg tätig. Seit dem Schuljahr 2021/ 22 hat sie zusätzlich an der PHV die Assistenz der Projektleitung inne und gemeinsam mit ihrem Team entwirft, gestaltet, evaluiert sie die Materialentwicklung für das PERMAlis Mathemeer 2.

Elena Huber, BEd., ist Lehramt-Masterstudentin an der Universität Innsbruck mit den Unterrichtsfächern Mathematik und Geographie und Wirtschaftskunde. Ihre Mathematik-Bachelorarbeit sowie Mathematik-Masterarbeit zum Thema Game-based Learning verfasste sie bei Dr. Martin Andre.

Johannes Grabher, BEd., ist Mathematiklehrer an der Mittelschule Altach und Lehramt-Masterstudent an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg und der Universität Innsbruck mit den Unterrichtsfächern Mathematik und Geschichte, Sozialkunde und Politische Bildung. Seine Mathematik-Bachelorarbeit zum mathematikhistorischen Krimidinner verfasste er bei Dr. Martin Andre.

Ingrid Gessner, Dr.in. phil. habil., ist seit 2017 ph1-Professorin für Anglistik und Amerikanistik an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg. Sie ist Vizepräsidentin der Österreichischen Gesellschaft für Amerikastudien und Generalsekretärin der European Association for American Studies. Sie lehrt und forscht zu Fragen von Geschlecht, Identität und Erinnerungskultur und arbeitet interdisziplinär an der Schnittstelle von Literatur- und Naturwissenschaften, Umweltgerechtigkeit und Medizingeschichte.

Edith Lindenbauer, Dr., ist Hochschulprofessorin im Bereich Mathematikdidaktik an der PH Oberösterreich und seit 2011 in der Ausbildung von Lehrkräften tätig. Sie beforscht die Gestaltung und Integration technologiebasierter Lernressourcen in der Sekundarstufe 1 aus verschiedenen Perspektiven (z. B. Auswirkung auf Schüler*innenvorstellungen, Einsatz in der Lehrer*innenausbildung).

Marina Märzinger, BEd., ist Master-Studierende der Privaten Pädagogischen Hochschule der Diözese Linz (Lehramt Primarstufe). Durch vertiefende Seminare im Fachbereich Deutsch sowie durch das Verfassen der Bachelorarbeit zum Konzept KUL® ist es der Autorin ein Anliegen, körperbasiertes Lernen durch neurowissenschaftliche Erkenntnisse aufzugreifen.

Jana Groß Ophoff, Prof. Dr., Hochschulprofessur für Bildungswissenschaften am Institut für Sekundarstufenbildung, Pädagogische Hochschule Vorarlberg, Feldkirch. Psychologie-Studium: Freie Universität Berlin, Universität Freiburg; Promotion: Universität Koblenz-Landau, Post-Doc: Pädagogische Hochschule Freiburg; Habilitation: Universität Tübingen.

Simon Plangg, HS-Prof. Mag. Dr., Hochschulprofessor für Mathematikdidaktik an der Pädagogischen Hochschule Salzburg Stefan Zweig, Promotion im Jahr 2017 an der Paris Lodron Universität Salzburg im Fach Didaktik der Mathematik, Lehramtsstudium für die Fächer Mathematik und Biologie an der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck im Jahr 2010, Forschungstätigkeit und Projektleiter im Bereich der Mathematikdidaktik, insbesondere zu den Themen: Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht, Algorithmisches Denken, Mathematische Weltbilder von Lernenden in der Sekundarstufe, Elementare Algebra.

Corina Schwarz, BEd., ist seit 10 Jahren als MS-Lehrerin tätig und Mathematikfachkoordinatorin an der Praxismittelschule Feldkirch. Durch ständige Fort- und Weiterbildungen lernt sie weitere Methoden kennen, um damit in weitere Folge dem negativen Ruf vom Fach „Mathematik“ entgegenarbeiten.